

# S2 TORSION

6. April 2010

Tim Hartung - Informatik BA - FS x - Matnr: xxxxxxxx

xxxx@mail.uni-paderborn.de

Marcel Lauhoff - Informatik BA - FS x - Matnr: xxxxxxxx

xxxx@mail.uni-paderborn.de

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Definition des Schubmoduls . . . . .	2
2.2	Das HOOKSche Gesetz . . . . .	2
2.3	Richtmoment nach der statischen Methode . . . . .	3
2.4	Richtmoment nach der dynamischen Methode . . . . .	3
2.5	Zusammenhang zwischen Richtmoment und Schubmodul . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>7</b>
3.1	Aufbau . . . . .	8
3.2	Durchführung . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>10</b>
4.1	Auswertung der Messdaten . . . . .	10
4.2	Fehlerrechnung . . . . .	14
4.2.1	Fehlerrechnung zu Teil (A): statische Methode . . . . .	14
4.2.2	Fehlerrechnung zu Teil (B): dynamische Methode . . . . .	14
4.2.3	Fehlerrechnung zu Teil (C): Torsionsmodul . . . . .	15
4.3	Diskussion der Messdaten . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Literatur</b>	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>Anhänge</b>	<b>18</b>

# 1 Einleitung

In diesem Experiment soll der Torsionsmodul eines Stahldrahts bestimmt werden. Zur Bestimmung werden zwei verschiedene Ansätze verwendet.

Der erste Ansatz ist die statische Verdrillung des Drahtes durch ein Drehmoment. Hierbei werden mittels Gewichten zwei tangential an die Skalenscheibe angreifende Kräfte angelegt, die den Draht um einen bestimmten Winkel tordieren.

Beim zweiten Ansatz wird der Draht mit Hilfe einer schweren Stahlscheibe in Torsionsschwingung versetzt. Hier wird die Periodendauer der Schwingungen aufgenommen.

Beide Telexperimente werden bis auf die Teilkonfiguration auf der gleichen Apparatur durchgeführt.

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Definition des Schubmoduls

Wirkt eine Kraft  $F$  tangential an einer Endfläche  $A$  eines einseitig eingespannten Stahldrahts, so wird dieser um den Winkel  $\alpha$  verdrillt. Die Spannung, welche an der Endfläche des Drahtes entsteht nennt man auch Schubspannung, diese berechnet sich wie folgt:

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (1)$$

Innerhalb des Elastizitätsbereich des Drahtes ist die Schubspannung  $\tau$  proportional zum Winkel  $\alpha$ . Es gilt:

$$\tau = G \cdot \alpha \quad (2)$$

Hierbei nennt man den Proportionalitätsfaktor  $G$  Schub- oder Torsionsmodul.  $G$  ist eine materialabhängige Konstante mit der Einheit  $[G] = 1 \frac{N}{m^2}$  und gibt Auskunft über die elastische Verformbarkeit eines Materials aufgrund einer Schubspannung. Neben dem Schubmodul gibt es weitere Materialkonstanten, wie z.B. den Elastizitätsmodul  $E$  oder den Kompressionsmodul  $K$ .

### 2.2 Das Hooksche Gesetz

Zieht eine Kraft  $F$  an der Querschnittsfläche  $A$  eines Drahtes so wird dieser gedehnt. Ähnlich wie bei der Torsion gibt es hier einen proportionalen Zusammenhang zwischen der relativen Dehnung des Drahtes und der einwirkenden Spannung  $\sigma$ . Diesen Zusammenhang beschreibt das HOOKSche Gesetz:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (3)$$

Hierbei ist  $E$  die materialabhängige Elastizitätskonstante und  $\varepsilon$  die relative Längenänderung des Drahtes. Eine Dehnung des Drahtes hat zur Folge, dass dieser auch dünner wird. Das Verhältnis zwischen der relativen Längen- und Durchmesseränderung beträgt:

$$\mu = \frac{-\Delta d}{d} \cdot \frac{l}{\Delta l} \quad (4)$$

Der Wert  $\mu$  ist eine dimensionslose Materialkonstante und wird auch als Poisson-Zahl bezeichnet.

## 2.3 Richtmoment nach der statischen Methode

Im ersten Versuchsteil wird eine spezielle Form des HOOKschen Gesetzes verwendet:

$$M = D^* \cdot \varphi \quad (5)$$

Hierbei wird ein, auf einer Skalenscheibe eingespannter, Stahldraht von dem Drehmoment  $M$  um den Winkel  $\varphi$  verdrillt.  $D^*$  nennt man Richt- oder Direktionsmoment. Durch Umstellen nach  $D^*$  erhält man:

$$D^* = \frac{M}{\varphi} \quad (6)$$

Das Drehmoment  $M$  wird von einem Kräftepaar  $+F$  und  $-F$  erzeugt, welches wiederum von zwei Gewichten erzeugt wird, die mittels einer Schnur über Rollen mit der Skalenscheibe verbunden sind. Zu beachten ist, dass beide Kräfte an der Scheibe tangential einwirken und die Verbindungslinie zwischen den beiden Ansetzpunkten durch den Mittelpunkt der Scheibe läuft. Für das Drehmoment  $M$  mit dem Radius  $R$  der Scheibe gilt also:

$$M = 2 \cdot R \cdot F \quad (7)$$

Die Kraft  $F$  entspricht hierbei der Gewichtskraft eines der beiden Gewichte der Masse  $m$ :

$$F = m \cdot g \quad (8)$$

Einsetzen in Gleichung (7) ergibt:

$$M = 2 \cdot R \cdot m \cdot g \quad (9)$$

Einsetzen von Gleichung (9) in Gleichung (6) ergibt:

$$D^* = \frac{2Rmg}{\varphi} \quad (10)$$

## 2.4 Richtmoment nach der dynamischen Methode

Befestigt man anstelle der Skalenscheibe eine Stahlscheibe mit bekannter Masse  $m$  am freien Ende des Drahtes und versetzt diese in Torsionsschwingungen, so lässt sich das Richtmoment des Drahtes aus dem Trägheitsmoment der Scheibe und der Kennkreisfrequenz der Schwingung berechnen:

$$D^* = J \cdot \omega^2 \quad (11)$$

Die Kennkreisfrequenz lässt sich aus der Periodendauer  $T$  wie folgt berechnen:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (12)$$

Das Trägheitsmoment  $J$  beschreibt das Trägheitsverhalten eines Körpers, wenn dieser in Rotation versetzt, oder die Geschwindigkeit einer schon bestehenden Rotation verändert werden soll. Es ist abhängig von der Massenverteilung innerhalb des Körpers, seiner Form und der Lage der Drehachse. Für die verwendete Stahlscheibe mit konstanter Dichte  $\rho$ , dem Radius  $R$  und der Höhe  $h$  benutzt man den folgenden Ansatz:

$$J = \int_V r^2 \rho dV \quad (13)$$

Das Volumen eines Zylinders ist wie folgt definiert:

$$V = \pi r^2 h \quad (14)$$

Abgeleitet nach  $r$  erhält man nun das Volumen in Abhängigkeit von  $dr$ :

$$\frac{dV}{dr} = 2\pi hr \quad (15)$$

Einsetzen in Gleichung (13) und vereinfachen ergibt:

$$J = 2\rho\pi h \int_0^R r^3 dr \quad (16)$$

Durch Integration und Einsetzen der Integrationsgrenzen erhält man:

$$J = 2\rho\pi h \frac{1}{4} R^4 \quad (17)$$

Für die Masse der Kreisscheibe gilt:

$$m = \rho \cdot \pi R^2 h \quad (18)$$

Aus den Gleichungen (17) und (18) erhält man also für das Trägheitsmoment:

$$J = \frac{1}{2} m R^2 \quad (19)$$

Schließlich lässt sich das Richtmoment durch Einsetzen der Gleichungen (12) und (19) in Gleichung (11) wie folgt berechnen:

$$D^* = \frac{1}{2}mR^2 \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (20)$$

## 2.5 Zusammenhang zwischen Richtmoment und Schubmodul

Die Verdrillung des Stahldrahts um einen bestimmten Winkel  $\alpha$  setzt ein Drehmoment  $M$  voraus. Man stelle sich den Draht als viele ineinander geschachtelte Hohlzylinder vor. Um jeden dieser Hohlzylinder mit dem Radius  $r'$  zu verdrillen wird ein Drehmoment  $M'$  benötigt. Es folgt nach der Definition des Drehmoments:

$$M' = F' \cdot r' \quad (21)$$

Durch Umstellen von Gleichung (1) nach  $F$  und einsetzen erhält man:

$$M' = \tau' A' \cdot r' \quad (22)$$

Der Querschnitt  $A'$  lässt sich für den Hohlzylinder wie folgt berechnen:

$$A' = 2\pi r' \quad (23)$$

Einsetzen von Gleichung (23) für den Querschnitt und Gleichung (2) für die Schubspannung in Gleichung (22) ergibt:

$$M' = G\alpha 2\pi r'^2 \quad (24)$$

Der Verdrillungswinkel  $\alpha$  lässt sich näherungsweise aus dem dem Radius  $r'$  der Skalenscheibe, der Länge des Drahtes  $l$  und dem gemessenen Torsionswinkel  $\varphi$  wie folgt berechnen:

$$\alpha = \frac{r' \cdot \varphi}{l} \quad (25)$$

Einsetzen von Gleichung (25) in Gleichung (24) ergibt schließlich:

$$M' = \frac{G\varphi 2\pi}{l} \cdot r'^3 \quad (26)$$

Um das Drehmoment für den gesamten Draht mit dem Radius  $R$  zu berechnen integriert man nun über alle Hohlzylinder wie folgt:

$$M = \int_0^R \frac{G\varphi 2\pi}{l} \cdot r^3 dr \quad (27)$$

Konstanten davorziehen ergibt:

$$M = \frac{G\varphi 2\pi}{l} \int_0^R r^3 dr \quad (28)$$

Durch Integration und Einsetzen der Integrationsgrenzen erhält man:

$$M = \frac{G\varphi\pi R^4}{2l} \quad (29)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (29) in Gleichung (6) und Kürzen von  $\varphi$  erhält man den Zusammenhang zwischen  $D^*$  und  $G$ :

$$D^* = \frac{G\pi R^4}{2l} \quad (30)$$

Durch Umstellen lässt sich  $G$  aus  $D^*$  also wie folgt berechnen:

$$G = \frac{2lD^*}{\pi R^4} \quad (31)$$

### 3 Aufbau und Durchführung

Der Torsionsmodul eines Stahldrahts ist in diesem Experiment auf zwei verschiedenen Arten zu bestimmen. Bei beiden Arten ist der Draht einseitig eingespannt. Folgende Messmethoden werden angewandt:

**statische Methode:** Der Draht wird durch tangential an der Skalenscheibe angreifende Kräfte tordiert. Der Auslenkwinkel wird gemessen.

**dynamische Methode:** Der Draht wird mit angehängter Masse in Torsionsschwingung versetzt und die Periodendauer gemessen.

Beide Messungen werden am gleichen Gerät durchgeführt, allerdings in anderer Konfiguration.



Abbildung 1: Fotografische Abbildung des Versuchsaufbaus S2. [Prk10]

### 3.1 Aufbau

In der fotografischen Abbildung 1 wird der *Torsionsturm* sowie benötigte Messinstrumente für beide Teilversuche dargestellt. An der Spitze des Turms ist der Torsionsdraht eingespannt und wird im untern Viertel mit einer Skalenscheibe oder einem Gewicht verbunden.

Zur Zentrierung ist eine Aussparung in der darunterliegenden Querstrebe vorgesehen. Auf der Abbildung 1 erkennt man unter der eingespannten Skalenscheibe einen kleinen Stab der diesem Zweck dient. Neben der Querstrebe sind an Vorder- und Rückseite des Turms Rollen angebracht um Gewichte mit der Skalenscheibe zu verbinden.

Es sind in diesem Experiment zwei verschiedene Konfigurationen vorgesehen. Zum einen wird eine Skalenscheibe angehängt und über die Rollen mit Gewichten verbunden. Zum anderen wird ein Gewicht angehängt. In der Abbildung ist die Konfiguration mit der Skalenscheibe zu sehen; das Gewicht liegt auf der rechten Seite vor dem Turm.

Für die Messungen mittels statischer Methode stehen eine Reihe von Gewichten der Größe 10g und 50g zur Verfügung.

### 3.2 Durchführung

Zu Beginn des Versuchs werden alle Einzelwerte sowie deren Fehlerwerte erhoben. Diese sind:

1. Länge des Torsionsdrahts mittels Maßband
2. Durchmesser der Skalenscheibe mittels Maßband
3. Durchmesser des Gewichtes mittels Maßband
4. Durchmesser des Torsionsdrahts mittels Mikrometerschraube

Einige Werte werden als gegeben vorausgesetzt und werden nicht weiter gemessen:

1. Masse des großen Gewichtes zur Torsionsschwingung
2. Masse der kleinen Gewichte

### **Messungen nach der statischen Methode**

Im ersten Messblock wird nach der statischen Methode gemessen. Zunächst wird dafür die benötigte Skalenscheibe mit dem Torsionsdraht verbunden und eine kleiner Stab an der Unterseite der Scheibe zur Zentrierung angebracht. Bei der Befestigung der Skalenscheibe ist auf korrekte Zentrierung des Nullpunktes zu achten.

Danach werden nacheinander Gewichte von  $10g$  bis  $100g$  angehängt, wobei jeweils in Schritten von  $10g$  erhöht wird. Es werden jeweils an beiden Seilen gleiche Gewichte angehängt und bei jedem Schritt die Daten aufgenommen.

### **Messungen nach der dynamischen Methode**

Zur Messung nach der dynamischen Methode wird zunächst die Skalenscheibe durch das Gewicht auf analoger Weise ersetzt. Auch hier ist auf korrekte Ausrichtung zu achten um den Nulldurchgang der Torsionsschwingungen zu erkennen.

Es werden jeweils 10 Schwingungsperioden mit einer Stoppuhr gestoppt. Diese Messung wird 5 mal wiederholt und jeweils die gemessene Zeit aufgenommen.

## 4 Ergebnisse

### 4.1 Auswertung der Messdaten

Die zu Beginn des Versuchs ermittelten Einzelmessungen sind in Tabelle 1 dargestellt. Messwerte hieraus sind für die Berechnung weiterer Messgrößen zur statischen und dynamischen Methode erforderlich.

Größe	Wert	Fehler
Länge Torsionsdraht	90 cm	1 mm
Durchmesser Torsionsdraht	1,47 mm	0,005 mm
Durchmesser Skalenscheibe	12,9 cm	0,5 cm
Masse Stahlscheibe	2605 g	-
Durchmesser Stahlscheibe	12,9 cm	0,5 cm

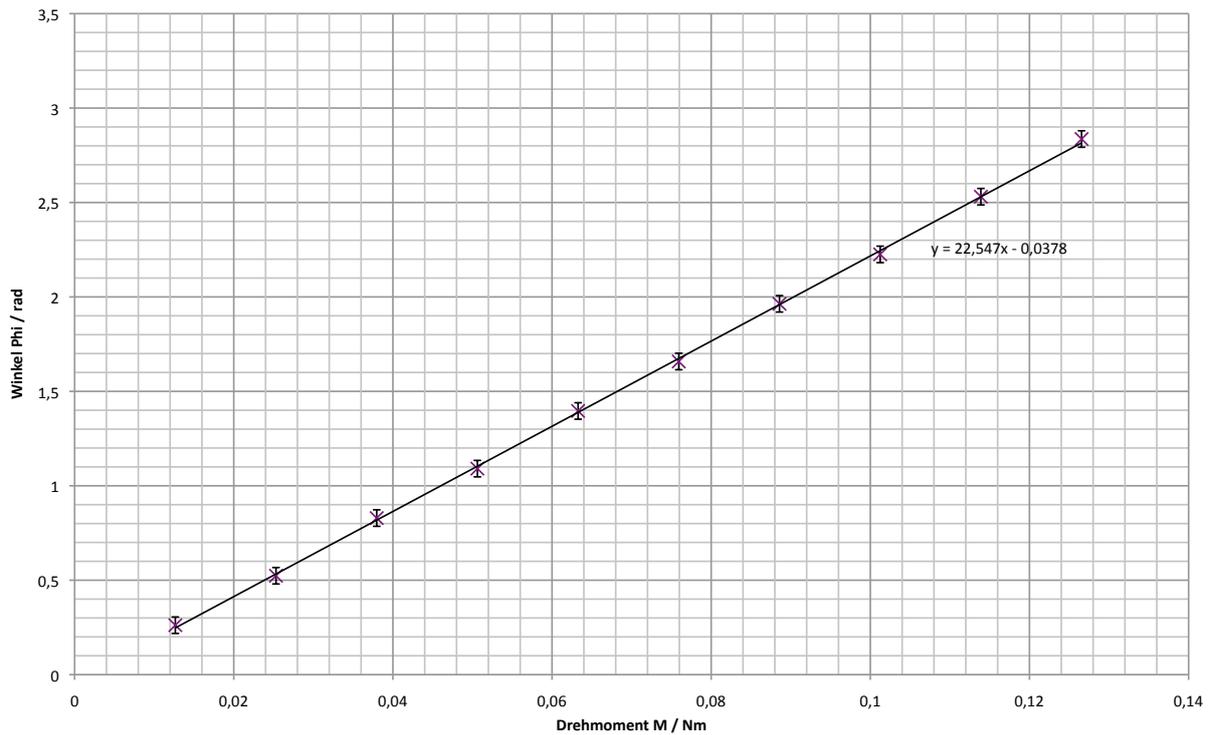
Tabelle 1: Einzelmessungen Versuch S2

### Messergebnisse zur statischen Methode

Bei dieser Messreihe wurde der Auslenkungswinkel  $\varphi$  in Abhängigkeit zum anliegenden Drehmoment gemessen. Das Drehmoment wird jeweils durch Formel (9) in Abhängigkeit von der angehängten Masse errechnet. Diese Ergebnisse sind in Tabelle 2 zu finden.

<u>Masse</u> kg	<u>Drehmoment M</u> Nm	<u>Winkel <math>\varphi</math></u> °	<u>Winkel <math>\varphi</math></u> rad
0,01	0,012654	15,0	0,2617
0,02	0,025309	30,0	0,5235
0,03	0,037964	47,5	0,8290
0,04	0,050619	62,5	1,0908
0,05	0,063274	80,0	1,3962
0,06	0,075929	95,0	1,6580
0,07	0,088584	112,5	1,9634
0,08	0,101239	127,5	2,2252
0,09	0,113894	145,0	2,5307
0,10	0,126549	162,5	2,8361

Tabelle 2: Messungen zur statischen Methode



**Abbildung 2:** Torsionswinkel  $\varphi$  gegen Drehmoment  $M$  aufgetragen, sowie Ausgleichsgerade durch die Messpunkte

Die Abhängigkeit zwischen Drehmoment  $M$  und Torsionswinkel  $\varphi$  ist in [Abbildung 2](#) dargestellt. Dem Graph liegen die Daten aus [Tabelle 2](#) zugrunde.

Aus der in [Abb. 2](#) gezeichneten Ausgleichsgerade lässt sich

$$D^* = (0,0443 \pm 0,00025) \text{ Nm}$$

bestimmen. Der Wert  $D^*$  entspricht dabei dem Kehrwert der Ausgleichsgeradensteigung, da nach [Formel 10](#)  $D^* = \frac{M}{\varphi}$  wohingegen für die Steigung  $m = \frac{\varphi}{M}$  gilt.

### Messergebnisse zur dynamischen Methode

Die erhobenen Messdaten für jeweils 10 Perioden sind in Tabelle 3 dargestellt. Diese Messdaten mitteln sich zu einem Wert von:

$$T = (2,192 \pm 0,082)$$

Der Fehleranteil wurde berechnet mit Formel (35) und enthält einen t-Faktor von 2,8.

Messung Nr.	Periodendauer $10 \cdot T/s$
1	21,84
2	22,00
3	21,93
4	21,87
5	21,96

**Tabelle 3:** Zeitmessungen zur dynamischen Methode

Aus dem gemitteltem Wert für  $T$  erhält man mit Formel (20) und Formel (36) für den Fehler einen Wert von:

$$D^* = (0,0445 \pm 0,0077) \text{ Nm}$$

## Berechnungen des Torsionsmoduls $G$

Für die Berechnung des Torsionsmoduls  $G$  durch  $D^*$  aus den Daten der statischen sowie dynamischen Methode wird Formel (31) verwendet. Die Fehler des Wertes ergeben sich jeweils aus den einzelnen Werten für  $\Delta D^*$  und Fehlern der Einzelmessungen. Für die Berechnung des Fehlers wird Formel (41) verwendet.

Die berechneten Werte sowie ihr Mittel sind in Tabelle 4 zusammengefasst.

<i>statische Methode</i>	$(87,05 \pm 2,96)$ GPa
<i>dynamische Methode</i>	$(87,41 \pm 17,51)$ GPa
<i>gewichtetes Mittel</i>	$(87,05 \pm 2,96)$ GPa
<i>Mittel und Maximalfehler</i>	$(87,23 \pm 17,51)$ GPa

**Tabelle 4:** Berechnete Torsionsmodule

Tabelle 5 listet einige ausgesuchte Torsionsmodule im Umfeld der zuvor Berechneten auf.

Material	Torsionsmodul $G/GPa$
chromium	115.0
uranium	111.0
iron	82.0
nickel	76.0
cobalt	75.0
tantalum	69.0

**Tabelle 5:** Ausgesuchte Literaturwerte für das Torsionsmodul. Vgl. [Wal10]

## 4.2 Fehlerrechnung

### 4.2.1 Fehlerrechnung zu Teil (A): statische Methode

Zur Berechnung des Wertes für  $D^*$  wurde das Programm Microsoft Excel und die dort mitgelieferten Werkzeuge zur linearen Regression verwendet.

Der Statistische Fehler wurde auch durch Microsoft Excel berechnet. Die Messfehler der Skalenscheibe und des Drehmoments fließen nicht mit ein in diesen Wert.

### 4.2.2 Fehlerrechnung zu Teil (B): dynamische Methode

Zur Berechnung des Fehlers benutzt man das GAUSSsche Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta \bar{x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta \bar{y}\right)^2 + \dots} \quad (32)$$

Folgende Größen sind fehlerbehaftet:

$R$ :

Der Radius der Stahlscheibe würde mit einem Maßband gemessen. Durch partielles Ableiten von Gleichung (20) nach  $R$  erhält man:

$$\frac{\partial D^*}{\partial R} = \frac{4M\pi^2 R}{T^2} \quad (33)$$

$T$ :

Die Periodendauer wurde mit einer digitalen Stoppuhr gemessen. Durch partielles Ableiten von Gleichung (20) nach  $T$  erhält man:

$$\frac{\partial D^*}{\partial T} = -\frac{4M\pi^2 R^2}{T^3} \quad (34)$$

Der Vertrauenswert von  $T$  berechnet sich wie folgt:

$$\Delta \bar{T} = 2.8 \cdot \frac{S}{\sqrt{5}} \quad (35)$$

Hierbei ist  $S$  die Streuung des Mittelwerts. Durch Einsetzen der partiellen Ableitungen (34) und (34) in (32) erhält man:

$$\Delta D^* = \sqrt{\left(\frac{4M\pi^2 R}{T^2} \Delta \bar{R}\right)^2 + \left(-\frac{4M\pi^2 R^2}{T^3} \Delta \bar{T}\right)^2} \quad (36)$$

### 4.2.3 Fehlerrechnung zu Teil (C): Torsionsmodul

Für die Berechnung des Maximalfehlers von  $G$  kommt ebenfalls eine Variante des GAUSSSche Fehlerfortpflanzungsgesetz zum Einsatz:

$$\Delta f = \left( \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta \bar{x} + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta \bar{y} + \dots \right) \quad (37)$$

Folgende Größen sind fehlerbehaftet:

$R$ :

Der Radius des Stahldrahts wurde mit einer Mikrometerschraube gemessen. Durch partielles Ableiten von Gleichung (31) nach  $R$  erhält man:

$$\frac{\partial G}{\partial R} = -\frac{8lD^*}{\pi R^5} \quad (38)$$

$l$ :

Die Länge des Stahldrahts wurde mit einem Maßband gemessen. Durch partielles Ableiten von Gleichung (31) nach  $l$  erhält man:

$$\frac{\partial G}{\partial l} = \frac{2D^*}{\pi R^4} \quad (39)$$

$D^*$ :

Der Fehler von  $D^*$  wurde im jeweiligen Versuchsteil ermittelt. Durch partielles Ableiten von Gleichung (31) nach  $D^*$  erhält man:

$$\frac{\partial G}{\partial D^*} = \frac{2l}{\pi R^4} \quad (40)$$

Durch Einsetzen der partiellen Ableitungen (38), (39) und (40) in (37) erhält man den Maximalfehler von  $G$ :

$$\Delta G = \left( \left| -\frac{8lD^*}{\pi R^5} \right| \Delta \bar{R} + \left| \frac{2D^*}{\pi R^4} \right| \Delta \bar{l} + \left| \frac{2l}{\pi R^4} \right| \Delta \bar{D}^* \right) \quad (41)$$

### 4.3 Diskussion der Messdaten

Die ermittelten Werte für den Torsionsmodul weichen nicht stark voneinander ab. Der Fehlerwert der dynamischen Methode ist allerdings weitaus höher als der der statischen Methode. Eine ungewichtete Mittlung mit Angabe des Maximalfehlers macht das Ergebnis dadurch nicht genauer. Es empfiehlt sich daher entweder das gewichtete Mittel wählen mit den Einzelfehlern als Gewichtung oder nur die Werte der statischen Methode zu betrachten.

Im Vergleich zwischen beiden Messverfahren ist der deutliche Unterschied in der Messunsicherheit zu sehen. Für beide Verfahren gelten jeweils die Fehler der Einzelmessungen (Vgl. Tabelle 1) wodurch der Unterschied bei den Fehlern der einzelnen Verfahren zu suchen ist.

In die Messunsicherheit beim statischen Verfahren fließt einzig der statistische Fehler der linearen Regression ein. Würde bei der Messunsicherheit auch der Messfehler der Skalen Scheibe berücksichtigt, wäre dieser weitaus höher. Bei der Messung zum dynamischen Verfahren sind alle auftretenden Messunsicherheiten eingegangen. Vergleiche hierzu Abschnitt 4.2.2 zur Fehlerrechnung.

Die experimentell erhobenen Wert für das Torsionsmodul mit  $G = (87,23 \pm 17,51)$  GPa entspricht in etwa dem von Eisen und liegt damit innerhalb der Erwartung (Vgl. Tabelle 5).

## 5 Literatur

[Prk10] Versuchsbeschreibung (2010-02-10)

[http://groups.uni-paderborn.de/physik/studieninfos/praktika/  
versuch.php?versuch=s02](http://groups.uni-paderborn.de/physik/studieninfos/praktika/versuch.php?versuch=s02)

[Upb09] Kurzanleitung Fehlerrechnung (2009-12-14)

[http://physik.uni-paderborn.de/fileadmin/physik/studieninfos/praktika  
/dokumente/fehlerrechnung.pdf](http://physik.uni-paderborn.de/fileadmin/physik/studieninfos/praktika/dokumente/fehlerrechnung.pdf)

[Mes04] D. Meschede: *Gerthsen Physik*, Springer-Verlag (2004).

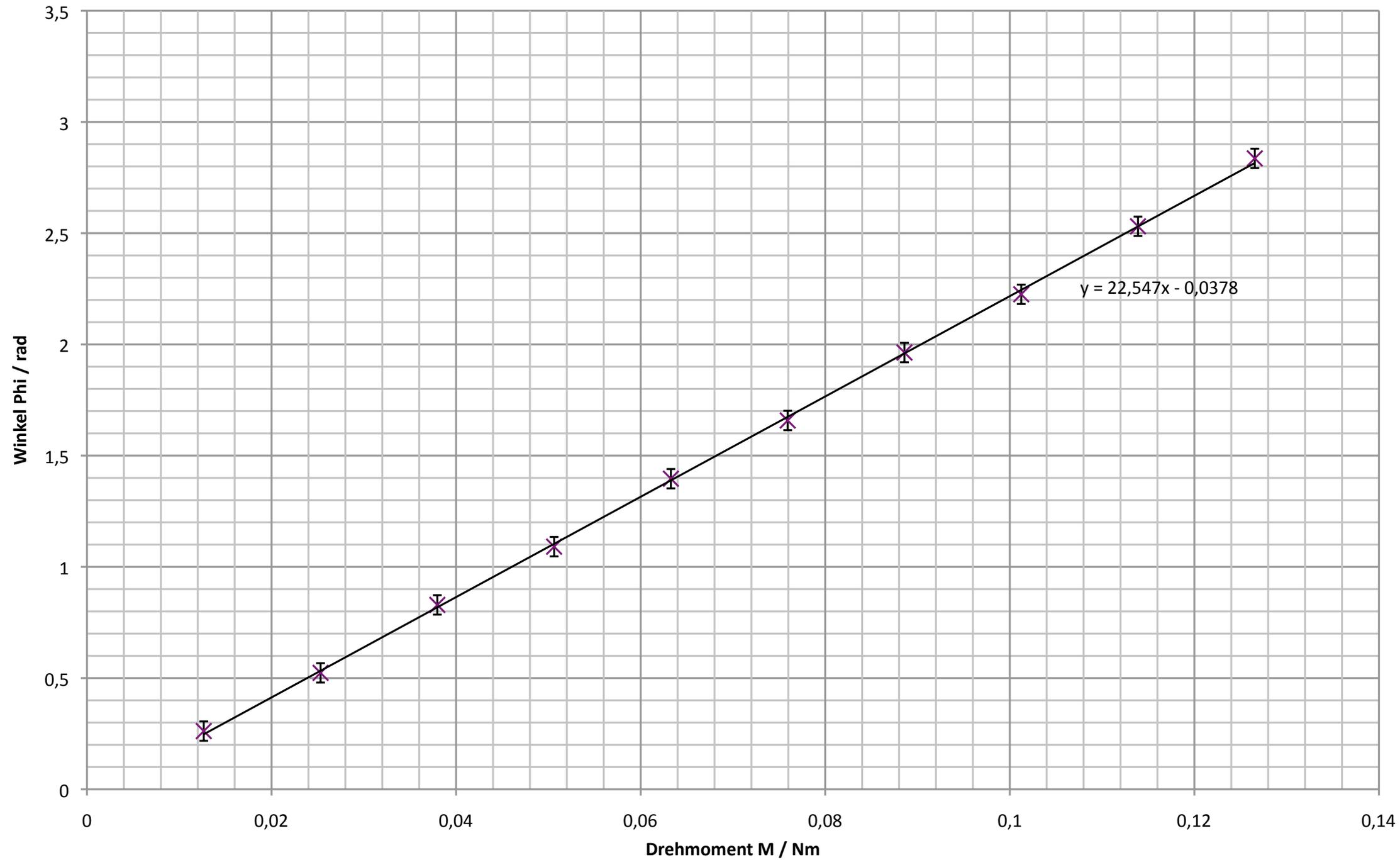
[Wal10] Daten zum *Shear modulus* in WolframAlpha (2010-02-10)

<http://www.wolframalpha.com/input/?i=Shear+modulus>

[Wpe10] Wikipedia(en): Student's t-distribution (2010-01-23)

[http://en.wikipedia.org/wiki/Student's\\_t-distribution](http://en.wikipedia.org/wiki/Student's_t-distribution)

## 6 Anhänge



**(A)****Einzelmessungen**

	Wert	Fehler
Länge Torsionsdraht / m	0,9000	0,0010
Durchmesser Scheibe / m	0,1290	0,0050
Radius Draht / cm	0,000735	0,0000
Gradskala / °		0,0436
$g / m^2 \cdot s^{-2}$	9,81	

<b>D*</b>	0,04434
Standardfehler D* t-faktor	2,634318706
Standardfehler D*	0,00025
Freiheitsgerade	8
	2,634318706

**(B)**

Masse Klotz / kg	2,605	0
Radius Klotz / m	0,0645	0,005
Stdabw T / sec	0,0652	
Mittelwert T / sec	2,1920	
Vertrauesber T / sec	0,0816	
Trägheitsmoment J / $kg \cdot m^2$	0,005418726	
Kreisfreq / 1/s	2,866416655	
<b>D*</b>	0,0445	
<b>Fehler D*</b>	0,0077	

**(C)**

	Wert	Fehler
G (A)	08,705E+10	5,174E+12
G (B)	08,741E+10	1,751E+10
Mittelwert D*	0,0444	2,6343
Gewichteter Mittelwert D*	0,0445	0,0077
G (Gewichteter Mittelwert)	08,741E+10	1,75E+10
G (Mittelwert)	08,723E+10	5,17E+12

Masse / kg	Winkel \phi / °	Winkel \phi / rad	Drehmoment M / Nm	Drehmoment M Fehler / N
0,01	15,0	0,261799388	0,0126549	0,0004905
0,02	30,0	0,523598776	0,0253098	0,000981
0,03	47,5	0,829031395	0,0379647	0,0014715
0,04	62,5	1,090830782	0,0506196	0,001962
0,05	80,0	1,396263402	0,0632745	0,0024525
0,06	95,0	1,658062789	0,0759294	0,002943
0,07	112,5	1,963495408	0,0885843	0,0034335
0,08	127,5	2,225294796	0,1012392	0,003924
0,09	145,0	2,530727415	0,1138941	0,0044145
0,10	162,5	2,836160034	0,126549	0,004905

**Regressionsauswertung D\***

Beschreibung	Werte	Werte	Beschreibung
m	0,04433977	0,00169442	b
Fehler m	0,000249961	0,000434201	Fehler b
Bestimmtheit	0,999745822	0,000647903	Fehler y
F-Statistik	31465,97297	8	Freiheitsgrad df
Regressionsquadratsu	0,013208728	3,35823E-06	Residualquadratsumme sresid

Messung	10T/s	
1	21,84	
2	22,00	
3	21,93	
4	21,87	
5	21,96	