

M6 ELASTISCHER STOSS

6. April 2010

Tim Hartung - Informatik BA - FS x - Matrnr: xxxxxxxx
xxxx@mail.uni-paderborn.de

Marcel Lauhoff - Informatik BA - FS x - Matrnr: xxxxxxxx
xxxx@mail.uni-paderborn.de

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	2
2.1	Gleichförmige Bewegung	2
2.2	Energie und Impuls	2
2.3	Zentraler elastischer Stoss	2
3	Aufbau und Durchführung	6
3.1	Aufbau	6
3.2	Durchführung	7
4	Ergebnisse	8
4.1	Auswerten der Messdaten	8
4.2	Diskussion der Ergebnisse	9
4.3	Fehlerrechnung	14
5	Literatur	15
6	Anhänge	16

1 Einleitung

Um die Gesetzmässigkeiten des vollelastischen, zentralen Stoßes experimentell zu überprüfen werden mit Hilfe einer Luftkissenbahn zwei Gleiter zum Kollidieren gebracht. Die Luftkissenbahn sorgt für eine fast reibungsfreie Umgebung und an der Bahn angebrachte Lichtschranken zusammen mit Fähnchen an den Gleitern ermöglichen die Messung der Geschwindigkeiten.

Es werden Experimente mit Gleitern verschiedener Massen durchgeführt und Geschwindigkeiten vor und nach der Kollision aufgenommen.

Abschliessend folgt eine Analyse und Gegenüberstellung der theoretisch erwarteten und der experimentell ermittelten Werte.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Gleichförmige Bewegung

Fügt man einer Masse eine Kraft F zu (z.B. durch Anschieben) bewegt sie sich nach der initialen Beschleunigung mit gleichbleibender Geschwindigkeit v . Um diese zu berechnen greift man auf die Gesetzmässigkeiten der gleichförmigen Bewegung zurück. Abgesehen von der initialen Beschleunigung handelt es sich um eine nicht-beschleunigte gleichförmige Bewegung (es gilt $a = 0$). Deshalb lässt sich die Geschwindigkeit allein aus dem zurückgelegten Weg s in einer Zeit t wie folgt berechnen:

$$v = \frac{s}{t} \quad (1)$$

2.2 Energie und Impuls

Durch die initiale Beschleunigung wird der Masse durch das Wirken der Kraft F kinetische Energie zugeführt. Diese ist abhängig vom Gewicht der Masse m und der Geschwindigkeit v mit der sie sich bewegt und kann wie folgt berechnet werden:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (2)$$

Durch Ableiten von (2) nach der Geschwindigkeit erhält man die Formel für den Impuls p der Masse:

$$p = \frac{d}{dv} E_{kin} = m \cdot v \quad (3)$$

Ändert sich der Impuls einer Masse über eine bestimmte Zeit so entspricht dies genau der auf die Masse wirkenden Kraft F :

$$\frac{d}{dt} m \cdot v = m \cdot a = F \quad (4)$$

2.3 Zentraler elastischer Stoss

In einem geschlossenen System mit mehreren sich bewegenden Massenpunkten ohne von aussen einwirkende Kräfte gelten die Gesetze der Energie- und Impulserhaltung. Betrachtet man nun einen Zusammenstoss zweier Massenpunkte so lassen sich die folgenden Stossarten unterscheiden:

elastisch: Die gesamte kinetische Energie und der Gesamtimpuls vor und nach dem Zusammenstoss sind gleich. Bei den in diesem Versuch betrachteten Stössen handelt es sich ausschliesslich um elastische Stösse.

inelastisch oder unelastisch: Die gesamte kinetische Energie und der Gesamtimpuls sind vor und nach dem Stoss nicht gleich. Ein Teil geht z.B. durch Verformung oder Stauchung des Materials oder ähnliche Effekte verloren.

Betrachtet man zudem noch die Richtungskomponenten der Geschwindigkeitsvektoren beider Massenpunkte, so lassen sich die folgenden Stosstypen unterscheiden:

zentraler Stoss: Die Richtung der Geschwindigkeitsvektoren und des Vektors, der die beiden Massenschwerpunkte verbindet ist gleich. Bei den auf der Luftkissenbahn kollidierenden Gleitern handelt es sich um zentrale Stöße.

dezentraler Stoss: Das Gegenteil des zentralen Stosses. Beim Ausrechnen der Geschwindigkeitsvektoren nach dem Stoss spielt der Stosswinkel eine wichtige Rolle.

Die im Versuch verwendeten Gleiter auf der Luftkissenbahn besitzen keine potentielle Energie. Es gilt also für die Gesamtenergie:

$$E_{ges} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^{*2} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^{*2} \quad (5)$$

Dabei gibt v_i die Geschwindigkeit der Gleiter vor dem Stoss und v_i^* die Geschwindigkeit nach dem Stoss an. m_1 und m_2 geben die Masse der beiden Massenpunkte an. Für den Gesamtimpuls gilt:

$$p_{ges} = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1^* + m_2 \cdot v_2^* \quad (6)$$

Die Richtungskomponenten von Geschwindigkeit, Energie und Impuls können vernachlässigt werden, das es sich in diesem Experiment um einen zentralen Stoss handelt. Hierbei ist die Richtung der Geschwindigkeit der Massen parallel zu der Gerade, welche die beiden Massenschwerpunkte verbindet.

Für den zentralen elastischen Stoss mit einer ruhenden Masse m_2 ($v_2 = 0$) lassen sich die Geschwindigkeiten v_1^* und v_2^* nach dem Stoss wie folgt berechnen:

Durch Vereinfachen des Energieerhaltungssatzes (5) erhält man:

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^{*2} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^{*2} \quad (7)$$

Multiplizieren mit 2 ergibt:

$$m_1 \cdot v_1^2 = m_1 \cdot v_1^{*2} + m_2 \cdot v_2^{*2} \quad (8)$$

Durch Umstellen und Ausklammern ergibt sich:

$$m_1 \cdot (v_1^2 - v_1^{*2}) = m_2 \cdot v_2^* \cdot v_2^* \quad (9)$$

Durch Umstellen des Impulserhaltungssatzes (6) erhält man:

$$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_1^* = m_2 \cdot v_2^* \quad (10)$$

Durch Ausklammern erhält man:

$$m_1 \cdot (v_1 - v_1^*) = m_2 \cdot v_2^* \quad (11)$$

Einsetzen von (11) in (9) ergibt:

$$m_1 \cdot (v_1^2 - v_1^{*2}) = m_1 \cdot (v_1 - v_1^*) \cdot v_2^* \quad (12)$$

Anwenden der binomischen Formel ergibt:

$$m_1 \cdot (v_1 + v_1^*) \cdot (v_1 - v_1^*) = m_1 \cdot (v_1 - v_1^*) \cdot v_2^* \quad (13)$$

Durch Umstellen und Kürzen ergibt sich:

$$v_1 + v_1^* = v_2^* \quad (14)$$

Umgestellt nach v_1^* ergibt sich:

$$v_1^* = v_2^* - v_1 \quad (15)$$

Einsetzen von (14) in (6) ergibt:

$$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_1^* + m_2 \cdot (v_1 + v_1^*) \quad (16)$$

Ausmultiplizieren und Umstellen ergibt:

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_1^* + m_2 \cdot v_1^* \quad (17)$$

Durch Ausklammern auf beiden Seiten erhält man:

$$v_1 \cdot (m_1 - m_2) = v_1^* \cdot (m_1 + m_2) \quad (18)$$

Für v_1^* ergibt sich durch Umstellen:

$$v_1 \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = v_1^* \quad (19)$$

Einsetzen von (15) in (6) ergibt:

$$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot (v_2^* - v_1) + m_2 \cdot v_2^* \quad (20)$$

Durch Ausmultiplizieren ergibt sich:

$$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_2^* - m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2^* \quad (21)$$

Durch Umstellen und Ausklammern erhält man:

$$2 \cdot m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot v_2^* \quad (22)$$

Daraus ergibt sich für v_2^* :

$$2 \cdot \frac{m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} = v_2^* \quad (23)$$

3 Aufbau und Durchführung

Das Experiment besteht im wesentlichen aus einer Luftkissenbahn mit beweglichen Gleitern und Lichtschranken. Der genaue Aufbau wird in Abschnitt 3.1 beschrieben.

Durchgeführt werden drei Messblöcke, jeweils einer pro Masseverhältnis. In jedem Messblock wird dieses Masseverhältnis wiederum auf drei verschiedene Arten zusammengesetzt und drei mal wiederholt. Ein Spezialfall ist der Messblock mit gleichen Massen. Da hier nur zwei ungefähr gleich schwere Gleiter vorhanden sind werden hier nur zwei Kombinationen gemessen. In Abschnitt 3.2 findet sich die genaue Versuchsdurchführung.

3.1 Aufbau

Auf einer fast reibungsfreien Luftkissenbahn sind im Abstand von ca. 1 m zwei Lichtschranken A und B montiert, die zur Geschwindigkeitsmessung dienen. Zwei Gleiter werden wie folgt positioniert: Der erste Gleiter S_1 befindet sich links von der linken Lichtschranke, der zweite Gleiter S_2 zwischen den beiden Lichtschranken. Der Versuchsaufbau ist in Abb. 1 zu sehen. Jeder Gleiter besitzt eine Fahne der Länge $l = (100 \pm 0.5)$ mm, welche der



Abbildung 1: Fotografische Abbildung des Versuchsaufbaus von M6 [Prk09]

Geschwindigkeitsmessung dient. Hierbei wird die Durchlaufzeit der Fahne durch die Lichtschranke mittels Computer gemessen. Zur Zeitmessung wird das Programm M6-LabView benutzt. Vor jeder Messung wird das Massenverhältnis der Gleiter im Programm eingestellt. Für den Versuch stehen die folgenden Gleiter zur Auswahl:

G1: $m = 132.9$ g

G2: $m = 238.0$ g

G3: $m = 237.4$ g

G4: $m = 400.8$ g

Die Massen sind der Versuchsbeschreibung entnommen und werden als fehlerfrei angenommen [Prk09].

3.2 Durchführung

Der Versuch besteht aus insgesamt 24 Messungen. Für die Masseverhältnisse $m_1 < m_2$ und $m_1 > m_2$ werden jeweils 3 verschiedene Gleiterpaare gewählt und 3 Messungen durchgeführt. Für das Masseverhältnis $m_1 \approx m_2$ existieren nur 2 Kombinationen für die jeweils 3 Messungen durchgeführt werden. Bei jeder Messung befindet sich der Gleiter S_2 zunächst in Ruhe. Gleiter S_1 wird von Hand in Richtung S_2 beschleunigt, sodass es zwischen den Lichtschranken zum Zusammenstoß kommt. Je nach Masseverhältnis werden die Durchlaufzeiten der Gleiterfahren durch die Lichtschranken t_{A1}, t_{A2}, t_{B1} und t_{B2} gemessen.

Vor jedem Messblock sind die Zeitmesssoftware M6-LabView auf das entsprechende Masseverhältnis einzustellen und die Lichtschranken für die Messung zu aktivieren.

Folgende Messreihenfolge wurde gewählt:

	Gleiter 1	Masse	Gleiter 2	Masse
Messblock 1: $m_1 < m_2$	1	132.9 g	4	400.8 g
	1	132.9 g	3	237.4 g
	3	237.4 g	4	400.8 g

	Gleiter 1	Masse	Gleiter 2	Masse
Messblock 2: $m_1 > m_2$	4	400.8 g	3	237.4 g
	3	237.4 g	1	132.9 g
	4	400.8 g	1	132.9 g

	Gleiter 1	Masse	Gleiter 2	Masse
Messblock 3: $m_1 \approx m_2$	3	237.4 g	2	238.0 g
	2	238.0 g	3	237.4 g

Alle gemessenen Zeiten werden im Versuchsprotokoll notiert.

4 Ergebnisse

4.1 Auswerten der Messdaten

Die nachfolgende Tabelle enthält die ermittelten Zeiten aller Messungen. Die Geschwindigkeiten v_1 , v_1^* und v_2^* wurden mit Hilfe von Gleichung (1) ausgerechnet. Die theoretischen Werte werden mit Hilfe von Gleichung (19) bzw. (23) ausgerechnet. Zur Berechnung des Maximalfehlers der Geschwindigkeiten wurde Gleichung (27) verwendet.

Für $m_1 < m_2$ berechnen sich die Geschwindigkeiten also wie folgt:

$$v_1 = \frac{10 \text{ cm}}{t_{A1}}, \quad v_1^* = \frac{10 \text{ cm}}{t_{A2}}, \quad v_2^* = \frac{10 \text{ cm}}{t_{B1}}$$

Für $m_1 > m_2$:

$$v_1 = \frac{10 \text{ cm}}{t_{A1}}, \quad v_1^* = \frac{10 \text{ cm}}{t_{B2}}, \quad v_2^* = \frac{10 \text{ cm}}{t_{B1}}$$

Für $m_1 \approx m_2$:

$$v_1 = \frac{10 \text{ cm}}{t_{A1}}, \quad v_1^* = 0, \quad v_2^* = \frac{10 \text{ cm}}{t_{B1}}$$

Die Gesamtenergie und der Gesamtimpuls wird durch Einsetzen in 5 bzw. 6 berechnet.

Tabelle 1: Versuchsergebnisse

m_1/g	m_2/g	t_{A1}/s	t_{A2}/s	t_{B1}/s	t_{B2}/s	$V_1/\text{cm/s}$	$V_1^*/\text{cm/s}$	$V_2^*/\text{cm/s}$
132.9	400.8	0.09090	0.20652	0.19660	-	110.011	-48.421	50.865
132.9	400.8	0.10611	0.23673	0.22826	-	94.242	-42.242	43.810
132.9	400.8	0.13230	0.28613	0.27567	-	75.586	-34.949	36.275
132.9	237.4	0.11054	0.42170	0.16007	-	90.465	23.714	62.473
132.9	237.4	0.12512	0.49985	0.18153	-	79.923	20.006	55.087
132.9	237.4	-	-	-	-	-	-	-
237.4	400.8	0.09479	1.54766	0.14935	-	105.496	-6.461	66.957
237.4	400.8	0.06522	0.42261	0.09746	-	153.327	-23.662	102.606
237.4	400.8	0.07339	0.35204	0.10439	-	136.258	-28.406	95.795
400.8	237.4	0.11754	-	0.10102	0.44306	85.077	22.570	98.990
400.8	237.4	0.10632	-	0.08996	0.44240	94.056	22.604	111.161
400.8	237.4	0.09987	-	0.08386	0.42261	100.130	23.662	119.246
237.4	132.9	0.09168	-	0.07371	0.32866	109.075	30.427	135.667
237.4	132.9	0.10451	-	0.08447	0.37673	95.685	26.544	118.385
237.4	132.9	0.12001	-	0.09727	0.42277	83.326	23.654	102.807
400.8	132.9	0.20292	-	0.13849	0.41729	49.281	23.964	72.207
400.8	132.9	0.16823	-	0.11497	0.33890	59.442	29.507	86.979

400.8	132.9	0.12531	-	0.08523	0.25216	79.802	39.657	117.330
238.0	237.4	0.12872	-	0.13297	-	77.688	0.0	75.205
238.0	237.4	0.10199	-	0.11126	-	98.049	0.0	89.880
238.0	237.4	0.08252	-	0.09701	-	121.183	0.0	103.082
238.0	237.4	0.09646	-	0.10786	-	103.670	0.0	92.713
238.0	237.4	0.11543	-	0.12641	-	86.633	0.0	79.108
238.0	237.4	0.10665	-	0.11787	-	93.765	0.0	84.839

4.2 Diskussion der Ergebnisse

Die durchgeführten Messreihen haben Ergebnisse gebracht, welche bis auf Fehler die theoretischen Erwartungen beschreiben. Im Folgenden eine Auswertung der Experimente anhand der Werte für

- $\frac{v_1^*}{v_1}$
- $\frac{v_2^*}{v_1}$
- $\frac{v_2^*}{v_1} - \frac{v_1^*}{v_1}$

jeweils aufgetragen auf einen Graphen über dem Massenquotienten $\frac{m_1}{m_2}$. Die Abszisse lässt sich in drei Bereiche einteilen:

1. $\frac{m_1}{m_2} < 1 \Rightarrow m_1 < m_2$
2. $\frac{m_1}{m_2} = 1 \Rightarrow m_1 \approx M_2$
3. $\frac{m_1}{m_2} > 1 \Rightarrow m_1 > m_2$

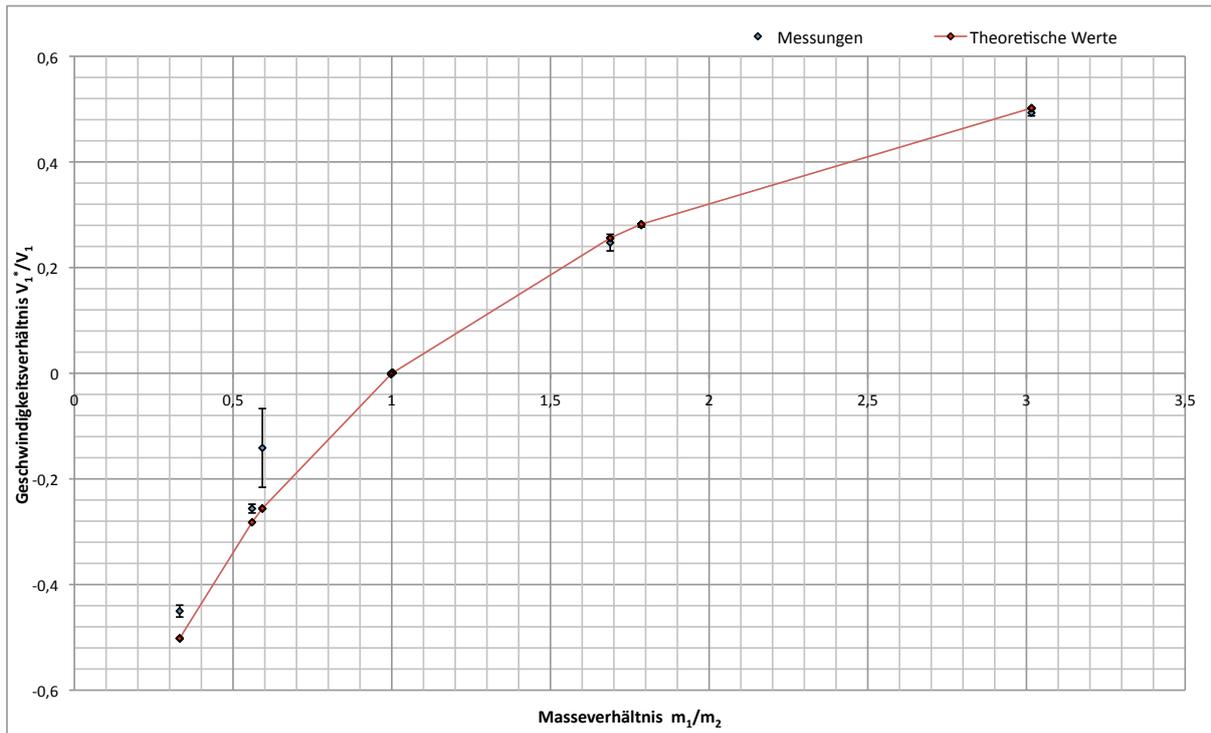


Abbildung 2: Graph des Geschwindigkeitsverhältnisses des ersten Gleiters ($\frac{v_1^*}{v_1}$) aufgetragen über dem Masseverhältnis

Geschwindigkeitsverhältnis des ersten Gleiters Der erste Graph in Abb. 2 beschreibt das Geschwindigkeitsverhältnis vor und nach dem Stoß bezogen auf den ersten Gleiter. Man erkennt, dass der erste Gleiter in den Fällen $m_1 < m_2$ und $m_1 > m_2$ nicht stehen bleibt sondern nach dem Stoß weiterfährt. Die Punkte im Negativen ergeben sich aus der Richtung in der der Gleiter 1 zurück fährt.

Es fällt ein Zusammenhang zwischen Masseunterschied und Geschwindigkeitsquotient auf. Je näher die Kollisionen mit Gleiterpaaren nahe $\frac{m_1}{m_2} = 1$ durchgeführt werden, desto geringer die Geschwindigkeit v_1^* . Die Erklärung hierfür ist, dass unter anderem der Impuls hier überwiegend an den zweiten Gleiter übertragen und dieser dafür angeschoben wird.

Ausserdem suggeriert Abb. 2, dass Gleiter 1 bei fast gleichen Massen nach dem Stoss völlig zum Stillstand kommt. In der Realität war dies nicht der Fall. Allerdings war eine Messung aufgrund der sehr niedrigen Geschwindigkeit nach dem Stoss nicht möglich.

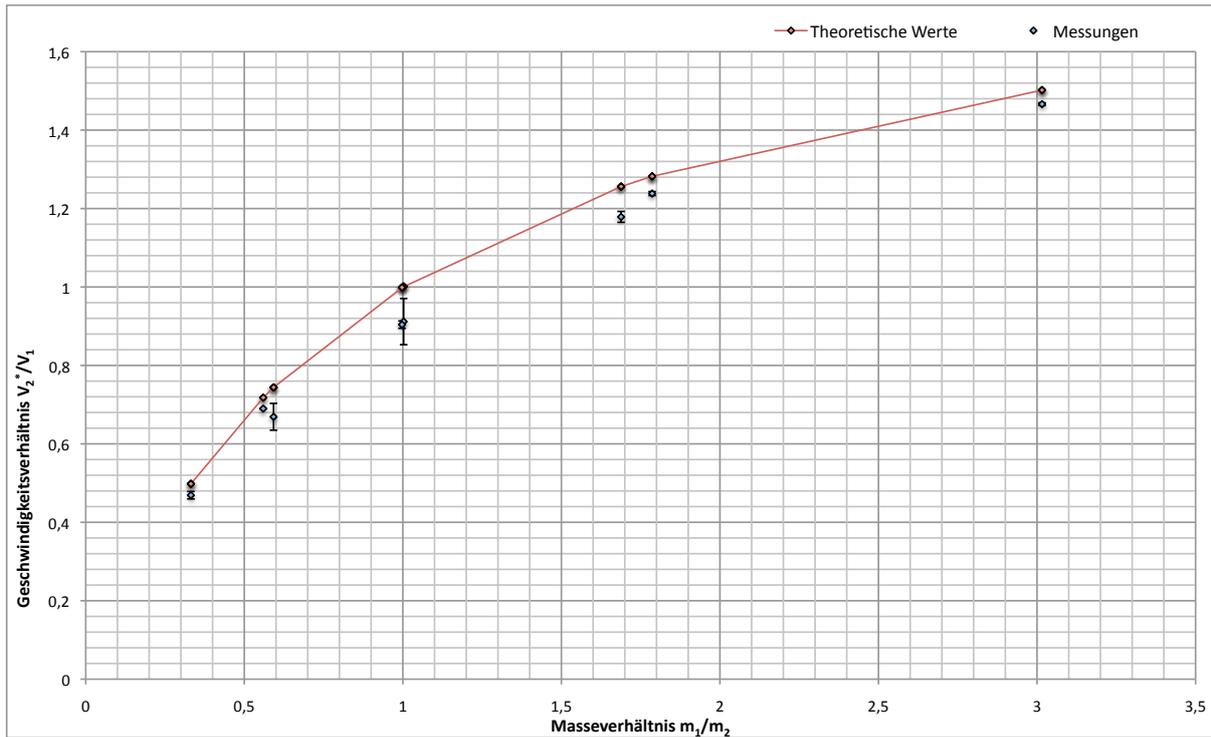


Abbildung 3: Graph des Geschwindigkeitsverhältnisses des zweiten Gleiters zum ersten ($\frac{v_2^*}{v_1}$)

Geschwindigkeitsverhältnis des zweiten Gleiters zum ersten Der Graph in Abb. 3 zeigt den Geschwindigkeitsmessungen von v_2^* zu v_1 (um wieviel der zweite Gleiter bezogen auf die Geschwindigkeit des ersten angeschoben wird). Betrachtet man wieder die drei Masseverhältnisse, so sieht man zunächst für $m_1 < m_2$, dass der erste Gleiter den zweiten nur gering anschiebt und zurückprallt, wohingegen für $m_1 > m_2$ der zweite Gleiter einen hohen Schub erfährt. Der Fall der fast gleichen Massen ist für die theoretische Berechnung deutlich zu erkennen, wobei die Messungen hierbei der Tatsache, dass die Massen eben nur fast gleich sind Rechnung trägt.

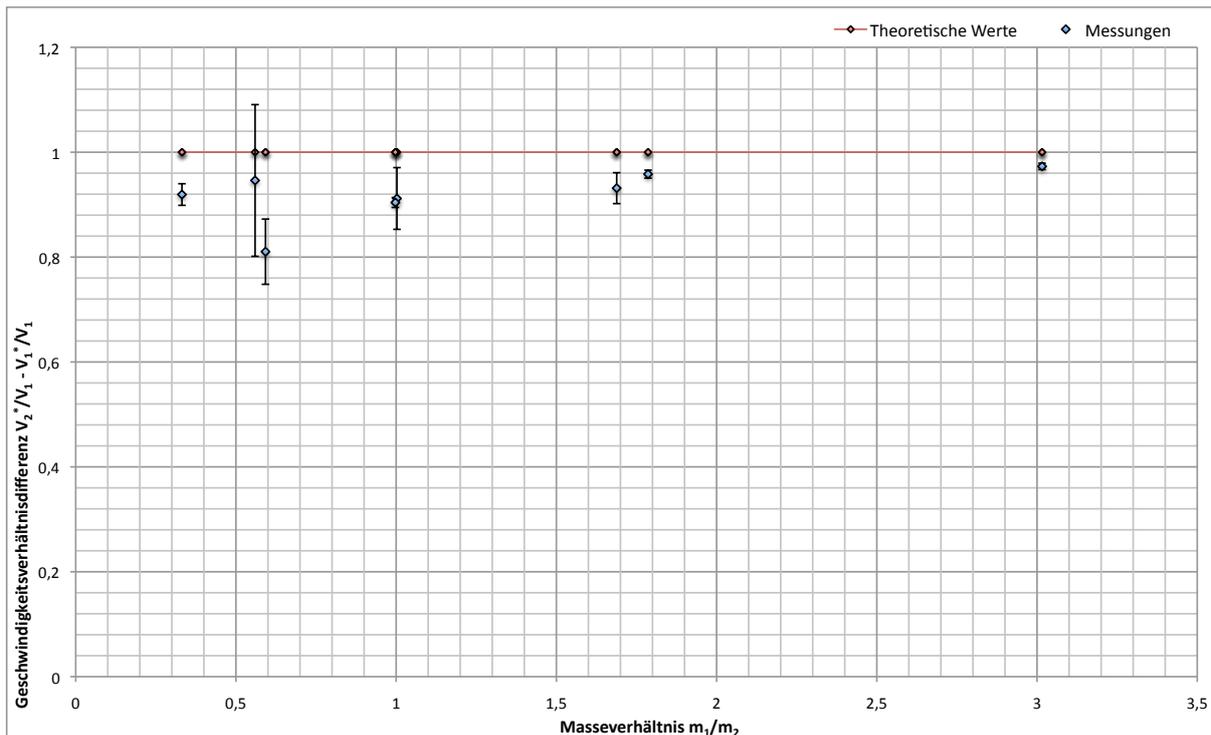


Abbildung 4: Differenzgraph $(\frac{v_2^*}{v_1^*} - \frac{v_1^*}{v_1^*})$

Differenzgraph aus $\frac{v_2^*}{v_1^*}$ und $\frac{v_1^*}{v_1^*}$ Vergleicht man nun die Graphen aus Abb. 2 und Abb. 3 sieht man das sich die Geschwindigkeiten v_1^* und v_2^* aus der Geschwindigkeit v_1 des ersten Gleiters ergeben. Die experimentell gemessenen Werte weichen dabei mehr oder weniger stark von den erwarteten theoretisch bestimmten Werten ab. In Abb. 4 wird die Differenz der beiden zuvor beschriebenen Graphen dargestellt. Deutlich zu erkennen ist, dass sich die Kurve unterhalb der theoretischen Ergebnisse befindet. Der Abstand zwischen beiden ist durch Verluste wie Luftwiderstand der Gleiter, ungünstige Verformungen der Stossbleche und die Tatsache, dass die Luftkissenbahn nicht vollständig reibungsfrei ist, zu erklären.

Änderung von Gesamtenergie und -impuls Die genaue Änderung des Gesamtimpulses, bzw. der Gesamtenergie inklusive Fehlern sind in Wertetabellen im Anhang dokumentiert. Aus den Daten lässt sich ablesen, dass bis zu 10% des Impulses und in manchen Fällen bis zu 32% der Energie beim Zusammenstoss verloren gehen. Die errechneten Fehlerwerte für $\frac{E_{ges}^*}{E_{ges}}$ und $\frac{p_{ges}^*}{p_{ges}}$ wurden mit Hilfe von Formel (24) analog zum Geschwindigkeitsfehler berechnet und sind in beiden Fällen vernachlässigbar klein. Erklären lassen sich diese Werte dadurch, dass bei weitem nicht alle Fehler bei der Durchführung des Experimentes beachtet werden konnten.

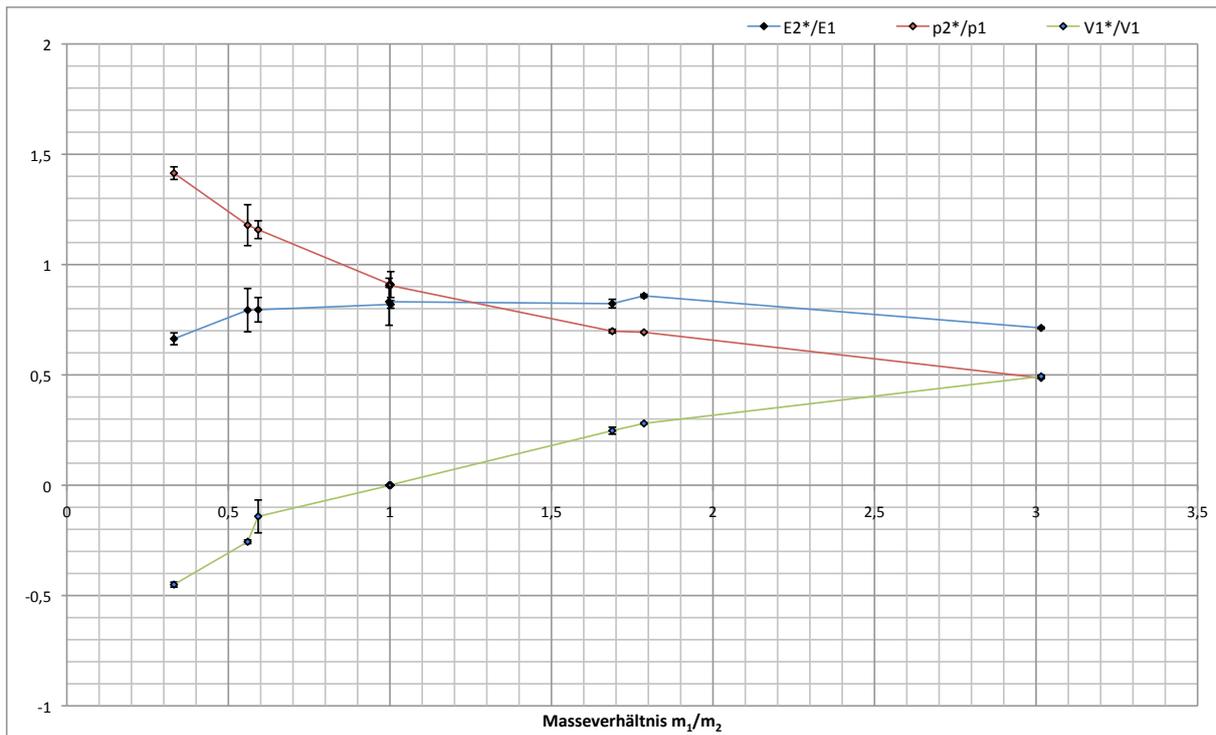


Abbildung 5: Zusammenhang zwischen $\frac{v_1^*}{v_1}$ und $\frac{p_2^*}{p_1}$

Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit des ersten Gleiters und des relativen Impulsübertrags In Abb. 5 kann man einen Zusammenhang zwischen $\frac{v_1^*}{v_1}$ und $\frac{p_2^*}{p_1}$ erkennen. Nimmt man $y = 0.5$ als Spiegelachse so sind beide Kurven näherungsweise spiegelverkehrt. Dies lässt sich wie folgt erklären:

Für $m_1 < m_2$ ist die Geschwindigkeit für Gleiter 1 nach dem Stoss negativ, da er an Gleiter 2 abprallt. Weil dadurch auch sein Impuls negativ wird ist aufgrund der Impulserhaltung der Impulsübertrag auf Gleiter 2 entsprechend höher. Mit steigendem Masseverhältnis geht die Geschwindigkeit von Gleiter 1 nach dem Stoss gegen 0, was auch ein Sinken des Impulsübertrags zur Folge hat. Für $m_1 \approx m_2$ wird der Impuls von Gleiter 1 nahezu vollständig auf Gleiter 2 übertragen, was dazu führt, dass Gleiter 1 auch fast komplett zum Stillstand kommt. Da Gleiter 2 fast dieselbe Masse besitzt wie Gleiter 1, entspricht seine Geschwindigkeit nach dem Stoss der Anfangsgeschwindigkeit des ersten Gleiters. Für $m_1 > m_2$ verringert sich der Impulsübertrag auf Gleiter 2 weiter. Das führt dazu, dass Gleiter 1 mit steigender Masse einen immer grösseren Teil seiner Anfangsgeschwindigkeit behält.

Bemerkung Wertetabellen mit berechneten Geschwindigkeiten und Verhältnissen befinden sich in Abschnitt 6

4.3 Fehlerrechnung

Aufgrund der Messverfahren sind die Messgrößen s (Länge der Gleiterfahne) und t (Durchlaufzeit der Gleiterfahne durch eine Lichtschranke), welche zur Berechnung der Geschwindigkeit benötigt werden fehlerbehaftet. Für s beträgt der maximale Messfehler 0.5 mm, da mit einem millimetergenauen Geodreieck gemessen wurde. Für t beträgt der maximale Fehler schätzungsweise 0.0001 s. Der Maximalfehler für die Geschwindigkeit berechnet sich wie folgt nach der GAUSS'schen Fehlerfortpflanzung[Upb09]):

$$\Delta v = \left| \frac{\partial v}{\partial s} \right| \Delta s + \left| \frac{\partial v}{\partial t} \right| \Delta t \quad (24)$$

Für die partielle Ableitung von v nach der Strecke s gilt:

$$\frac{\partial v}{\partial s} = \frac{1}{t} \quad (25)$$

Für die partielle Ableitung von v nach der Zeit t gilt:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{s}{t^2} \quad (26)$$

Einsetzen von (25) und (26) in (24) ergibt:

$$\Delta v = \left| \frac{1}{t} \right| \Delta s + \left| -\frac{s}{t^2} \right| \Delta t \quad (27)$$

Für alle Diagramme wurden mit der folgenden Formel die arithmetischen Mittelwerte der jeweiligen Verhältnisse errechnet[Upb09]):

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (28)$$

Die Streuung der Mittelwerte lassen sich wie folgt berechnen[Upb09]):

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2} \quad (29)$$

Beispiel: Für $s = (10 \pm 0.1)$ cm und $t = (0.0909 \pm 0.0001)$ s berechnet sich der Maximalfehler für die Geschwindigkeit wie folgt:

$$\Delta v = \left| \frac{1}{0.0909 \text{ s}} \right| 0.1 \text{ cm} + \left| -\frac{10 \text{ cm}}{(0.0909 \text{ s})^2} \right| 0.0001 \text{ s} = 1.2211 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

5 Literatur

[Prk09] Versuchsbeschreibung (2009-12-14)

[http://groups.uni-paderborn.de/physik/studieninfos/praktika/
versuch.php?versuch=m06](http://groups.uni-paderborn.de/physik/studieninfos/praktika/versuch.php?versuch=m06)

[Upb09] Kurzanleitung Fehlerrechnung (2009-12-14)

[http://physik.uni-paderborn.de/fileadmin/physik/studieninfos/praktika/
dokumente/fehlerrechnung.pdf](http://physik.uni-paderborn.de/fileadmin/physik/studieninfos/praktika/dokumente/fehlerrechnung.pdf)

[Mes04] D. Meschede: *Gerthsen Physik*, 22. Auflage, Springer-Verlag, (2004).

6 Anhänge

Impuls

m1	m2	ta1	ta2	tb1	tb2	v1	v1 Fehler	v1*	v1* Fehler	v2*	v2* Fehler	p	p Fehler	p*	p* Fehler	p*/p	p*/p Fehler
132.9	400.8	0.09090	0.20652	0.19660	-	110.0110	0.6711	-48.4215	0.2656	50.8647	0.2802	14620.4620	89.1864	13951.3596	147.5945	0.9542	0.0159
132.9	400.8	0.10611	0.23673	0.22826	-	94.2418	0.5600	-42.2422	0.2291	43.8097	0.2382	12524.7385	74.4272	11944.9334	125.9286	0.9537	0.0157
132.9	400.8	0.13230	0.28613	0.27567	-	75.5858	0.4351	-34.9491	0.1870	36.2753	0.1945	10045.3515	57.8196	9894.3810	102.8167	0.9850	0.0159
132.9	237.4	0.11054	0.42170	0.16007	-	90.4650	0.5342	-23.7135	0.1242	62.4727	0.3514	12022.7972	70.9904	11679.4819	99.9254	0.9714	0.0140
132.9	237.4	0.12512	0.49985	0.18153	-	79.9233	0.4635	-20.0060	0.1040	55.0873	0.3058	10621.8031	61.5983	10418.9306	86.4187	0.9809	0.0138
237.4	400.8	0.09479	1.54766	0.14935	-	105.4964	0.6388	-6.4614	0.0327	66.9568	0.3796	25044.8360	151.6456	25302.3620	159.9189	1.0103	0.0125
237.4	400.8	0.06522	0.42261	0.09746	-	153.3272	1.0017	-23.6625	0.1239	102.6062	0.6183	36399.8773	237.8103	35507.0915	277.2358	0.9755	0.0140
237.4	400.8	0.07339	0.35204	0.10439	-	136.2583	0.8670	-28.4059	0.1501	95.7946	0.5707	32347.7313	205.8151	31650.9304	264.3856	0.9785	0.0144
400.8	237.4	0.11754	-	0.10102	0.44306	85.0774	0.4978	22.5703	0.1179	98.9903	0.5929	34099.0301	199.5057	32546.4758	188.0371	0.9545	0.0111
400.8	237.4	0.10632	-	0.08996	0.44240	94.0557	0.5587	22.6040	0.1181	111.1605	0.6794	37697.5169	223.9442	35449.1810	208.6285	0.9404	0.0111
400.8	237.4	0.09987	-	0.08386	0.42261	100.1302	0.6009	23.6625	0.1239	119.2464	0.7384	40132.1718	240.8453	37793.0079	224.9667	0.9417	0.0113
237.4	132.9	0.09168	-	0.07371	0.32866	109.0750	0.6643	30.4266	0.1614	135.6668	0.8624	25894.4154	157.7164	25253.3883	152.9256	0.9752	0.0118
237.4	132.9	0.10451	-	0.08447	0.37673	95.6846	0.5700	26.5442	0.1398	118.3852	0.7321	22715.5296	135.3129	22034.9918	130.4737	0.9700	0.0115
237.4	132.9	0.12001	-	0.09727	0.42277	83.3264	0.4861	23.6535	0.1239	102.8066	0.6197	19781.6849	115.3918	19278.3463	111.7664	0.9746	0.0113
400.8	132.9	0.20292	-	0.13849	0.41729	49.2805	0.2707	23.9641	0.1256	72.2074	0.4132	19751.6263	108.4918	19201.1919	105.2370	0.9721	0.0107
400.8	132.9	0.16823	-	0.11497	0.33890	59.4424	0.3325	29.5072	0.1562	86.9792	0.5105	23824.5259	133.2845	23386.0348	130.4742	0.9816	0.0110
400.8	132.9	0.12531	-	0.08523	0.25216	79.8021	0.4627	39.6574	0.2140	117.3296	0.7243	31984.6780	185.4478	31487.7711	182.0376	0.9845	0.0114
238.0	237.4	0.12872	-	0.13297	-	77.6880	0.4488	0.0000	0.0000	75.2049	0.4326	18489.7452	106.8130	17853.6512	102.6951	0.9656	0.0111
238.0	237.4	0.10199	-	0.11126	-	98.0488	0.5864	0.0000	0.0000	89.8796	0.5302	23335.6211	139.5584	21337.4079	125.8650	0.9144	0.0109
238.0	237.4	0.08252	-	0.09701	-	121.1827	0.7528	0.0000	0.0000	103.0822	0.6217	28841.4930	179.1584	24471.7039	147.5845	0.8485	0.0104
238.0	237.4	0.09646	-	0.10786	-	103.6699	0.6258	0.0000	0.0000	92.7128	0.5495	24673.4398	148.9461	22010.0130	130.4562	0.8921	0.0107
238.0	237.4	0.11543	-	0.12641	-	86.6326	0.5082	0.0000	0.0000	79.1077	0.4581	20618.5567	120.9552	18780.1598	108.7573	0.9108	0.0106
238.0	237.4	0.10665	-	0.11787	-	93.7647	0.5567	0.0000	0.0000	84.8392	0.4962	22315.9869	132.5044	20140.8331	117.7915	0.9025	0.0106

Alle Einheiten im CGS System

m* in g

t* in s

v* in cm/s

E in g*(m/s)^2

p in g*(m/s)

Energie

m1	m2	ta1	ta2	tb1	tb2	v1	v1 Fehler	v1*	v1* Fehler	v2*	v2* Fehler	E	E Fehler	E*	E* Fehler	E*/E	E*/E Fehler
132.9	400.8	0.09090	0.20652	0.19660	-	110.0110	0.6711	-48.4215	0.2656	50.8647	0.2802	804205.8331	29.9256	674279.6098	20.4193	0.8384	0.0001
132.9	400.8	0.10611	0.23673	0.22826	-	94.2418	0.5600	-42.2422	0.2291	43.8097	0.2382	590177.1030	20.8405	503199.2202	14.8609	0.8526	0.0001
132.9	400.8	0.13230	0.28613	0.27567	-	75.5858	0.4351	-34.9491	0.1870	36.2753	0.1945	379642.9128	12.5775	344870.0950	9.9066	0.9084	0.0001
132.9	237.4	0.11054	0.42170	0.16007	-	90.4650	0.5342	-23.7135	0.1242	62.4727	0.3514	543821.1135	18.9603	500633.3896	15.6815	0.9206	0.0001
132.9	237.4	0.12512	0.49985	0.18153	-	79.9233	0.4635	-20.0060	0.1040	55.0873	0.3058	424464.6367	14.2752	386804.4111	11.8180	0.9113	0.0001
237.4	400.8	0.09479	1.54766	0.14935	-	105.4964	0.6388	-6.4614	0.0327	66.9568	0.3796	1321069.5196	48.4338	903391.8818	29.0065	0.6838	0.0000
237.4	400.8	0.06522	0.42261	0.09746	-	153.3272	1.0017	-23.6625	0.1239	102.6062	0.6183	2790545.6408	119.1107	2176279.2216	78.4372	0.7799	0.0001
237.4	400.8	0.07339	0.35204	0.10439	-	136.2583	0.8670	-28.4059	0.1501	95.7946	0.5707	2203824.1789	89.2162	1934770.5526	67.9532	0.8779	0.0001
400.8	237.4	0.11754	-	0.10102	0.44306	85.0774	0.4978	22.5703	0.1179	98.9903	0.5929	1450528.7612	49.6539	1265238.2259	44.5204	0.8723	0.0001
400.8	237.4	0.10632	-	0.08996	0.44240	94.0557	0.5587	22.6040	0.1181	111.1605	0.6794	1772832.8127	62.5637	1569127.9169	57.5816	0.8851	0.0001
400.8	237.4	0.09987	-	0.08386	0.42261	100.1302	0.6009	23.6625	0.1239	119.2464	0.7384	2009220.5779	72.3633	1800084.3487	67.8013	0.8959	0.0001
237.4	132.9	0.09168	-	0.07371	0.32866	109.0750	0.6643	30.4266	0.1614	135.6668	0.8624	1412217.2425	52.3894	1332933.9369	52.5116	0.9439	0.0001
237.4	132.9	0.10451	-	0.08447	0.37673	95.6846	0.5700	26.5442	0.1398	118.3852	0.7321	1086763.4492	38.5627	1014936.2774	37.9318	0.9339	0.0001
237.4	132.9	0.12001	-	0.09727	0.42277	83.3264	0.4861	23.6535	0.1239	102.8066	0.6197	824168.1885	28.0439	768734.7876	27.3418	0.9327	0.0001
400.8	132.9	0.20292	-	0.13849	0.41729	49.2805	0.2707	23.9641	0.1256	72.2074	0.4132	486685.0546	14.6837	461549.8373	14.5035	0.9484	0.0001
400.8	132.9	0.16823	-	0.11497	0.33890	59.4424	0.3325	29.5072	0.1562	86.9792	0.5105	708093.8580	22.1616	677203.3077	22.2131	0.9564	0.0001
400.8	132.9	0.12531	-	0.08523	0.25216	79.8021	0.4627	39.6574	0.2140	117.3296	0.7243	1276222.0892	42.9028	1229936.3167	44.0401	0.9637	0.0001
238.0	237.4	0.12872	-	0.13297	-	77.6880	0.4488	0.0000	0.0000	75.2049	0.4326	718215.7079	23.9685	671341.3251	22.2120	0.9347	0.0001
238.0	237.4	0.10199	-	0.11126	-	98.0488	0.5864	0.0000	0.0000	89.8796	0.5302	1144015.1554	40.9171	958898.4304	33.3656	0.8382	0.0001
238.0	237.4	0.08252	-	0.09701	-	121.1827	0.7528	0.0000	0.0000	103.0822	0.6217	1747545.6236	67.4322	1261298.0078	45.8744	0.7218	0.0001
238.0	237.4	0.09646	-	0.10786	-	103.6699	0.6258	0.0000	0.0000	92.7128	0.5495	1278946.7016	46.6070	1020304.6996	35.8442	0.7978	0.0001
238.0	237.4	0.11543	-	0.12641	-	86.6326	0.5082	0.0000	0.0000	79.1077	0.4581	893119.4967	30.7356	742827.3000	24.9119	0.8317	0.0001
238.0	237.4	0.10665	-	0.11787	-	93.7647	0.5567	0.0000	0.0000	84.8392	0.4962	1046225.3574	36.8854	854366.3834	29.2225	0.8166	0.0001

Alle Einheiten im CGS System

m* in g

t* in s

v* in cm/s

E in g*(m/s)^2

p in g*(m/s)

MESS BLOCK	Massen			Zeitmessungen				Gemessene Werte (V)
	m ₁ / g	m ₂ / g	m ₁ / m ₂	A1 / s	A2 / 2	B2 / s	B2 / s	V1 [cm/s]
<	132,9	400,8	0,331586826	0,09090	0,20652	0,19660		110,0110011
	132,9	400,8	0,331586826	0,10611	0,23673	0,22826		94,24182452
	132,9	400,8	0,331586826	0,13230	0,28613	0,27567		75,58578987
	132,9	237,4	0,559814659	0,11054	0,42170	0,16007		90,46499005
	132,9	237,4	0,559814659	0,12512	0,49985	0,18153		79,92327366
	237,4	400,8	0,592315369	0,09479	1,54766	0,14935		105,4963604
	237,4	400,8	0,592315369	0,06522	0,42261	0,09746		153,3272002
	237,4	400,8	0,592315369	0,07339	0,35204	0,10439		136,2583458
=	238,0	237,4	1,00252738	0,12872		0,13297		77,68800497
	238,0	237,4	1,00252738	0,10199		0,11126		98,04882832
	238,0	237,4	1,00252738	0,08252		0,09701		121,1827436
	237,4	238,0	0,997478992	0,09646		0,10786		103,66991
	237,4	238,0	0,997478992	0,11543		0,12641		86,63259118
	237,4	238,0	0,997478992	0,10665		0,11787		93,76465073
>	400,8	237,4	1,688289806	0,11754		0,10102	0,44306	85,07742045
	400,8	237,4	1,688289806	0,10632		0,08996	0,44240	94,05568096
	400,8	237,4	1,688289806	0,09987		0,08386	0,42261	100,1301692
	237,4	132,9	1,786305493	0,09168		0,07371	0,32866	109,0750436
	237,4	132,9	1,786305493	0,10451		0,08447	0,37673	95,68462348
	237,4	132,9	1,786305493	0,12001		0,09727	0,42277	83,32638947
	400,8	132,9	3,015801354	0,20292		0,13849	0,41729	49,28050463
	400,8	132,9	3,015801354	0,16823		0,11497	0,33890	59,44243001
	400,8	132,9	3,015801354	0,12531		0,08523	0,25216	79,80209081

						Theoretische Werte (V)	
V1* [cm/s]	V2*	V1* / V1	V2* / V1	V2*/V1 - V1*/V1	V1*	V2*	
-48,42146039	50,8646999	-0,440151075	0,462360122	0,902511197	-55,2219359	54,78906519	
-42,24221687	43,8096907	-0,448232163	0,464864628	0,913096791	-47,3063234	46,93550114	
-34,94914899	36,27525665	-0,462377241	0,479921645	0,942298887	-37,9416022	37,64418765	
-23,71354043	62,47266821	-0,262129476	0,690572874	0,95270235	-25,5295476	64,93544249	
-20,0060018	55,08731339	-0,250315095	0,689252465	0,93956756	-22,554637	57,36863661	
-6,461367484	66,95681286	-0,061247302	0,634683629	0,695930931	-27,0105066	78,48585382	
-23,66247841	102,6061974	-0,154326684	0,66919762	0,823524304	-39,2567605	114,0704398	
-28,40586297	95,79461634	-0,208470628	0,703036689	0,911507318	-34,8865774	101,3717684	
	0	75,20493344	0	0,968037903	0,968037903	0,098049649	77,78605462
	0	89,87956139	0	0,916681647	0,916681647	0,123746944	98,17257526
	0	103,0821565	0	0,850633955	0,850633955	0,152944144	121,3356877
	0	92,71277582	0	0,894307436	0,894307436	-0,13084129	103,5390737
	0	79,10766553	0	0,913139783	0,913139783	-0,10933857	86,52325261
	0	84,83922966	0	0,904810384	0,904810384	-0,1183399	93,64631082
22,5703065	98,99029895	0,265291383	1,163531974	0,898240591	21,78259245	106,8600129	
22,6039783	111,1605158	0,240325497	1,181858604	0,941533107	24,08131976	118,1370007	
23,66247841	119,246363	0,236317172	1,190913427	0,954596255	25,63658673	125,7667559	
30,42658066	135,6668023	0,278950891	1,243793244	0,964842352	30,78137202	139,8564157	
26,54420938	118,3852255	0,277413532	1,237243992	0,95983046	27,002547	122,6871705	
23,65352319	102,8066207	0,283865932	1,233782256	0,949916324	23,51500864	106,8413981	
23,96414963	72,20737959	0,486280524	1,465232147	0,978951622	24,73720665	74,01771129	
29,50722927	86,97921197	0,496400118	1,463251283	0,966851165	29,83816189	89,28059189	
39,65736041	117,3295788	0,496946383	1,470256952	0,973310569	40,05804783	119,8601386	

			Impuls			Energie		
V1* / V1	V2* / V1	V2*/V1 - V1*/V1	p1	p2* (v-messen)	p2* / p1	E1	E2* (v-messen)	
-0,5019674	0,498032603		1	14620,46205	20386,57172	1,394386282	804205,8331	518478,4262
-0,5019674	0,498032603		1	12524,73848	17558,92403	1,401939375	590177,103	384625,5155
-0,5019674	0,498032603		1	10045,35147	14539,12286	1,447348348	379642,9128	263705,2067
-0,28220362	0,717796381		1	12022,79718	14831,01143	1,233574119	543821,1135	463266,4282
-0,28220362	0,717796381		1	10621,80307	13077,7282	1,231215464	424464,6367	360208,4559
-0,25603259	0,743967408		1	25044,83595	26836,29059	1,071529901	1321069,52	898436,2435
-0,25603259	0,743967408		1	36399,87734	41124,56392	1,129799519	2790545,641	2109817,562
-0,25603259	0,743967408		1	32347,7313	38394,48223	1,186929676	2203824,179	1838992,347
0,001262095	1,001262095		1	18489,74518	17853,6512	0,965597472	718215,7079	671341,3251
0,001262095	1,001262095		1	23335,62114	21337,40787	0,914370684	1144015,155	958898,4304
0,001262095	1,001262095		1	28841,49297	24471,70395	0,8484895	1747545,624	1261298,008
-0,0012621	0,998737905		1	24611,23782	22065,64065	0,89656769	1275722,466	1022883,397
-0,0012621	0,998737905		1	20566,57715	18827,6244	0,915447634	890867,935	744704,7068
-0,0012621	0,998737905		1	22259,72808	20191,73666	0,907097184	1043587,814	856525,6918
0,256032592	1,256032592		1	34099,03012	23500,29697	0,689177871	1450528,761	1163150,711
0,256032592	1,256032592		1	37697,51693	26389,50645	0,700033015	1772832,813	1466735,574
0,256032592	1,256032592		1	40132,17182	28309,08657	0,705396326	2009220,578	1687877,807
0,282203619	1,282203619		1	25894,41536	18030,11803	0,69629369	1412217,242	1223044,229
0,282203619	1,282203619		1	22715,52961	15733,39647	0,692627323	1086763,449	931300,8448
0,282203619	1,282203619		1	19781,68486	13662,9999	0,690689392	824168,1885	702323,4243
0,501967397	1,501967397		1	19751,62626	9596,360748	0,485851677	486685,0546	346464,0316
0,501967397	1,501967397		1	23824,52595	11559,53727	0,485194849	708093,858	502719,7213
0,501967397	1,501967397		1	31984,678	15593,10102	0,487517837	1276222,089	914765,9874

E2*/E1
0,644708612
0,651712026
0,694613801
0,851872825
0,848618294
0,680082486
0,756059149
0,83445511
0,934734952
0,838186825
0,721753979
0,801807152
0,835931654
0,820750952
0,801880488
0,827340042
0,840065957
0,866045388
0,856948994
0,852160317
0,711885496
0,709961985
0,716776488

MESS		Mittelwerte (M) und Standardabweichung (S) der Messungen, Daten für Graphen				
BLOCK	m1/m2	V1*/V1 (M)	V1*/V1 (S)	V2*/V1 (M)	V2*/V1 (S)	V2*/V1 - V1*/v1 (M)
<	0,331586826	-0,450253493	0,011250109	0,469048799	0,009499065	0,919302292
	0,559814659	-0,256222285	0,008354029	0,68991267	0,00093367	0,946134955
	0,592315369	-0,141348205	0,074464808	0,668972646	0,034177085	0,810320851
=	1,00252738	0	0	0,911784502	0,058854977	0,911784502
	0,997478992	0	0	0,904085868	0,009437056	0,904085868
>	1,688289806	0,247311351	0,015699613	1,178768002	0,013949905	0,931456651
	1,786305493	0,280076785	0,003370325	1,238273164	0,005084227	0,96
	3,015801354	0,493209009	0,006006457	1,466246794	0,003611368	0,973037785

V2*/V1 - V1*/V1 (S)	p2*/p1 (M)	p2*/p1 (S)	E2*/E1 (M)	E2*/E1 (S)
0,020606946	1,414558002	0,028647293	0,663678146	0,027018938
0,144604571	1,178773161	0,092882875	0,793524535	0,098257172
0,062213386	1,158364598	0,040397121	0,795257129	0,055434316
0,058854977	0,909485885	0,058706603	0,819496586	0,017096798
0,009437056	0,906370836	0,009460907	0,831558585	0,106645083
0,02949816	0,698202404	0,008262743	0,823095496	0,01944337
0,01	0,693203469	0,002846225	0,8583849	0,007053026
0,006054839	0,486188121	0,001197482	0,712874657	0,003513288