M3/M4 Innere Reibung

6. April 2010

$\label{eq:total_continuous_cont$

$\label{eq:marcel_lauhoff-Informatik-BA-FS-x-Matnr: xxxxxxx} $$ xxxx@mail.uni-paderborn.de$

1	Einle	eitung		1							
2	The	Theoretische Grundlagen									
	2.1	1 Innere Reibung und Viskosität									
	2.2	Strömu	ngstypen und Reynoldszahl	2							
	2.3	2.3 Laminare Rohrströmung nach HAGEN-POISEUILLE									
	2.4	Lamina	re Strömung um Kugeln nach Stokes	3							
3	Aufb	oau und	Durchführung	6							
	3.1	Versuch	M3 - Hagen-Poiseuille	6							
		3.1.1	Aufbau	6							
		3.1.2	Durchführung	6							
	3.2	Versuch	M4 - Stokes	8							
		3.2.1	Aufbau	8							
		3.2.2	Durchführung	9							
4	Ergebnisse										
	4.1	Versuch	M3	10							
		4.1.1	Auswertung der Messdaten	10							
		4.1.2	Fehlerrechnung	10							
		4.1.3	Diskussion der Messdaten	11							
	4.2	Versuch	M4	12							
		4.2.1	Auswertung der Messdaten	12							
		4.2.2	Fehlerrechnung	14							
		4.2.3	Diskussion der Messdaten	15							
5	Liter	ratur		16							
6	Anh	änge		17							

1 Einleitung

Unter dem Oberthema *Innere Reibung* werden zwei Experimente durchgeführt um die Viskosität unbekannter Flüssigkeiten zu bestimmen.

Im ersten Experiment M3 wird mit Hilfe eines Kapillarviskosimeters nach UBBELOHDE die Viskosität in Abhängigkeit der Temperatur gemessen. Der zweite Experimentenblock M4 behandelt die Messung der dynamischen Viskosität mit Hilfe des Stokes'schen Reibungsgesetzes.

Da beide Experimente verschiedene Apparaturen voraussetzen, werden sie auch im folgenden getrennt betrachtet.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Innere Reibung und Viskosität

Bei Reibungskräften unterscheidet man zwischen inneren und äußeren Reibungskräften. Als äußere Reibung bezeichnet man Reibung, die zwischen zwei Festkörpern auftritt, z.B. zwischen Autoreifen und der Fahrbahn. Sie wir auch oft als Festkörperreibung bezeichnet. Die für diese Versuche wichtige innere Reibung tritt innerhalb eines Stoffes auf. Meistens handelt es sich dabei um eine Flüssigkeit oder ein Gas. Die Reibungskräfte treten zwischen den einzelnen Schichten des Stoffes auf und lassen sich wie folgt physikalisch beschreiben: Man betrachtet eine zwischen zwei Platten der Fläche A im Abstand z eingeschlossene Flüssigkeit. Möchte man nun eine der Platten mit der Geschwindigkeit v in eine Richtung bewegen, so müssen die inneren Reibungskräfte der Flüssigkeit überwunden werden, da diese an beiden Platten anhaftet. Die benötigte Kraft ist hierbei proportional zu Fläche und Geschwindigkeit und antiproportional zum Abstand der Platten:

$$F = \eta \cdot A \frac{v}{z} \tag{1}$$

Der Proportionalitätsfaktor η ist eine Kenngrösse der jeweiligen Flüssigkeit und wird als dynamische Viskosität bezeichnet. Bei den meisten Flüssigkeiten ist die Viskosität bei verschiedenen Temperaturen nicht konstant. Für die dynamische Viskosität ergibt sich nach (1) die Einheit $[\eta] = \frac{kg}{m \cdot s} = \frac{N \cdot s}{m^2}$. Teilt man die dynamische Viskosität durch die Dichte der jeweiligen Flüssigkeit erhält man die kinematische Viskosität ν mit der Einheit $[\nu] = \frac{m^2}{s}$

2.2 Strömungstypen und Reynoldszahl

Eine Strömung innerhalb einer Flüssigkeit bei der die einzelnen Flüssigkeitsschichten übereinander hinweggleiten und sich nicht ineinander verwirbeln (die Stromlinien überkreuzen sich nicht) nennt man laminar. Für eine Strömung kann man das Verhältnis zwischen Trägheits- und Zähigkeitskräften berechnen:

$$Re = \frac{\varrho \cdot v \cdot d}{\eta} \tag{2}$$

Diese dimensionslose Grösse nennt man die Reynoldszahl eines Strömungsvorgangs, wobei ϱ die Dichte der Flüssigkeit, v die Strömungsgeschwindkeit, d den Strömungsdurchmesser und η die dynamische Viskosität der Flüssigkeit angibt. Überschreitet diese Zahl einen kritischen Wert Re_{krit}, so wird die vorher laminare Strömung anfällig für Störungen und Verwirbelungen, was dazu führt, dass sie mit weiter wachsender Reynoldszahl in eine turbulente Strömung übergeht. Bei diesem Strömungstyp findet eine Verwirbelung zwischen

Tim Hartung	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	$\mathrm{M3/M4~WS09/10}$
Marcel Lauhoff	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	2. Fassung

den einzelnen Flüssigkeitsschichten statt. Bei den durchgeführten Versuchen betrachtet man ausschließlich laminare Strömungen und die dafür gültigen Gesetzmäßigkeiten.

2.3 Laminare Rohrströmung nach Hagen-Poiseuille

Strömt eine Flüssigkeitsvolumen V der Viskosität η in der Zeit t laminar durch ein Rohr der Länge l mit dem Radius r so gilt die HAGEN-POISEUILLEsche Gleichung:

$$\frac{V}{t} = \frac{\pi \cdot (p_1 - p_2)}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot r^4 \tag{3}$$

hierbei gibt p_1 den Druck am einen und p_2 den Druck am anderen Ende des Rohres an. Ist Versuch M3 ist das Rohr senkrecht gelagert. Deshalb gilt für den Druckunterschied $\Delta p = (p_1 - p_2)$:

$$\Delta p = q \cdot \rho \cdot \Delta h \tag{4}$$

Hierbei gibt ρ die Dichte der Flüssigkeit und h die durchströmte Höhendifferenz an. Zusammengefasst erhält man also:

$$\frac{V}{t} = \frac{\pi \cdot g \cdot \rho \cdot \Delta h}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot r^4 \tag{5}$$

Da im Versuch die kinematische Viskosität ermittelt werden soll erhält man durch Umstellen der Gleichung nach η und Teilen durch ρ :

$$\nu = \frac{\pi \cdot g \cdot \Delta h \cdot r^4}{8 \cdot V \cdot l} \cdot t \qquad \text{mit } \nu = \frac{\eta}{\rho}$$
 (6)

Viele der Variablen sind der gegebenen Gerätekonstante k des im Versuch M3 verwendeten Kapillarviskosimeters zusammengefasst:

$$k = \frac{\pi \cdot g \cdot \Delta h \cdot r^4}{8 \cdot V \cdot l} \tag{7}$$

Aus (6) und (7) erhält man die Formel zur Berechnung der kinematischen Viskosität:

$$\nu = k \cdot t \tag{8}$$

2.4 Laminare Strömung um Kugeln nach Stokes

Um eine Kugel mit dem Radius r durch eine Flüssigkeit mit der dynamischen Viskosität η mit der Geschwindigkeit v zu bewegen wird eine bestimmte Kraft benötigt, um die Reibung zu überwinden:

$$F_S = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \tag{9}$$

Da die Stahlkugeln im Versuch M4 in einen mit der Flüssigkeit gefüllten senkrecht aufgestellten Zylinder fallen gelassen werden wirkt außer der Stokesschen Reibungskraft noch die Schwerkraft und die Auftriebskraft an der Kugel. Außer diesen drei Kräften wirken keine weiteren Kräfte auf die Kugel. Es gilt also:

$$-F_S + F_G - F_A = 0 (10)$$

Die Schwerkraft F_G der Kugel berechnet sich wie folgt:

$$F_G = m \cdot g \tag{11}$$

Ausserdem gilt für die Dichte der Kugel:

$$\rho_k = \frac{m}{V} \tag{12}$$

Einsetzen des Kugelvolumens und Umstellen nach m ergibt:

$$m = \rho_k \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \tag{13}$$

Einsetzen in (11) ergibt:

$$F_G = \rho_k \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot g \tag{14}$$

Analog berechnet sich die Auftriebskraft der Kugel in der Flüssigkeit wie folgt (Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit):

$$F_A = \rho_{\rm fl} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot g \tag{15}$$

Durch Einsetzen von (14) und (15) in (10) erhält man:

$$-6\pi\eta rv + \rho_k \frac{4}{3}\pi r^3 g - \rho_{\text{fl}} \frac{4}{3}\pi r^3 g = 0$$
 (16)

Durch Zusammenfassen von F_G und F_A erhält man:

$$-6\pi\eta rv + (\rho_k - \rho_{\rm fl})\frac{4}{3}\pi r^3 g = 0$$
 (17)

Umstellen nach η ergibt die gesuchte Viskosität der Flüssigkeit:

$$\eta = \frac{2gr^2(\rho_k - \rho_{\rm fl})}{9v} \tag{18}$$

Die Stokessche Formel gilt allerdings nur für unendlich weit ausgedehnte Flüssigkeiten. Für den in M4 verwendeten Glaszylinder mit dem Radius R ist ein Korrekturfaktor (nach

Tim Hartung	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	$\mathrm{M3/M4~WS09/10}$
Marcel Lauhoff	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	2. Fassung

LADENBURG) zu ${\cal F}_S$ hinzuzufügen:

$$F_{\rm SL} = 6\pi \eta r v \cdot (1 + 2.1 \frac{r}{R}) \tag{19}$$

Die Verwendung dieses Korrekturfaktors wird im Abschnitt 4.2.3näher erläutert.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Versuch M3 - Hagen-Poiseuille

Die Temperaturabhängige Viskosität eines Mineralöls wird in diesem Experiment mit Hilfe eines beheizbaren Kapillarviskosimeters bestimmt.



Abbildung 1: Fotografische Abbildung des Versuchsaufbaus M3

3.1.1 Aufbau

Wie in der fotografischen Abbildung 1 zu sehen sind im wesentlichen zwei Geräte in diesem Experiment zu bedienen. Zum einen das Kapillarviskosimeter nach UBBELOHDE und zum anderen das Thermostatgerät zur Beheizung des Mineralöls. An dem Kapillarviskosimeters sind Markierungen für den Start und Stopppunkt der Zeitmessung angebracht. Für die Zeitmessung wird eine Stoppuhr mit 1/10 Sekunden Einteilung verwendet.

Das Thermostatgerät verfügt über einen Kühlwasseranschluss der benötigt wird um Temperaturen bis 30 K über Raumtemperatur zu liefern. Die physikalischen Werte zur Bestimmung der Viskosität nach HAGEN-POISEUILLE gehen bis auf die Durchlaufzeit in die Materialkonstante k ein.

3.1.2 Durchführung

Zu Beginn des Versuchs wird das Thermostatgerät eingeschaltet sowie die Kühlwasserzufuhr aufgedreht. Am Thermostatgerät wird die Starttemperatur von 20°C eingestellt.

Tim Hartung	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	$\mathrm{M3/M4~WS09/10}$
Marcel Lauhoff	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	2. Fassung

Das Öl im Kapillarviskosimeter wird anschließend mit dem angebrachten Gummiball in das obere Reservoir gepumpt. Anschließend wird der Gummiball losgelassen damit die Flüssigkeit absinken kann. Bei Erreichen der angebrachten Markierungen wird die Durchflusszeit gestoppt.

Dieser Vorgang wird im Weiteren wiederholt wobei jeweils folgende Temperaturen nacheinander eingestellt und die jeweiligen Durchlaufzeiten gemessen werden:

Messung Nr.	Temperatur
1	20 °C
2	$25^{\circ}\mathrm{C}$
3	$30^{\circ}\mathrm{C}$
4	$35^{\circ}\mathrm{C}$
5	40 °C
6	$50^{\circ}\mathrm{C}$
7	60 °C
8	$70^{\circ}\mathrm{C}$
9	80 °C
10	$90^{\circ}\mathrm{C}$

3.2 Versuch M4 - Stokes

Um die Viskosität mit Hilfe des Stokes'schen Reibungsgesetzes zu bestimmen lässt man kleine Kugeln in einen mit der zu bestimmenden Flüssigkeit gefüllten Glaszylinder fallen. Während eine Kugeln sinkt wird die Zeit gemessen die sie benötigt, um die Strecke zwischen den zwei Markierungen zu passieren.

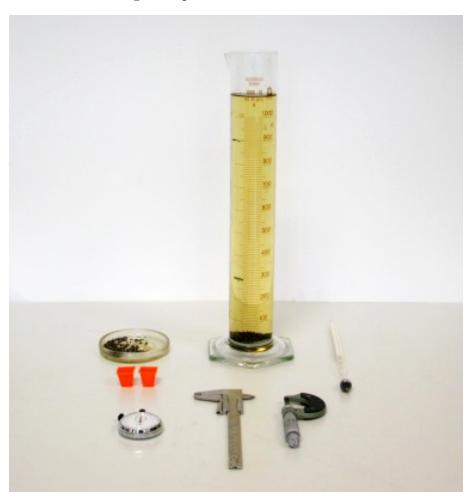


Abbildung 2: Versuchsaufbau M4

3.2.1 Aufbau

Hauptbestandteil des Experimentes ist ein Glaszylinder, der mit einer unbekannten Flüssigkeit gefüllt ist. An Kugeln steht eine Auswahl mit verschiedenen Durchmessern zur Verfügung. In Abb. 2 ist der Versuchsaufbau fotografisch dargestellt.

Neben den eigentlichen Apparaturen ist eine Reihe von Messgeräten zur Auswertung erforderlich. Der Durchmesser und das Gewicht der Kugeln werden mit Hilfe einer Mikrometerschraube und einer hochauflösenden Waage gemessen. Der Innendurchmesser des Glaszylinder wird mit einem Messschieber bestimmt, die Länge der Messstrecke mit einem Lineal. Zur Bestimmung der Flüssigkeitsdichte steht ein Aräometer zur Verfügung.

Tim Hartung	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	$\mathrm{M3/M4~WS09/10}$
Marcel Lauhoff	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	2. Fassung

Eine Stoppuhr mit 1/10 Skala wird zur Zeitmessung benutzt. Die Raumtemperatur wird aufgenommen, da die Viskosität abhängig von der Flüssigkeitstemperatur ist.

3.2.2 Durchführung

Vor Beginn des eigentlichen Experiments werden die einzelnen Kennwerte des Glaszylinders und der Flüssigkeit erhoben. Diese sind:

- 1. Innendurchmesser des Zylinders an zwei Stellen
- 2. Dichte der Flüssigkeit mittels Aräometer
- 3. Abstand der beiden Zeitmesspunkte
- 4. Flüssigkeitstemperatur durch die Raumtemperatur

Anschliessend werden für zwei Messblöcke jeweils 10 Kugeln für 10 Wiederholungen ausgewählt. In jedem Messblock werden Kugeln identischer Durchmesser verwendet. Für den ersten Block werden relativ große Kugeln gewählt und für den zweiten entsprechend kleinere. Die Massen der Kugeln werden zusammen mit Hilfe der hochauflösenden Waage gewogen.

Die ausgewählten Kugeln werden nun nacheinander aus kleiner Höhe in den Glaszylinder fallen gelassen. Passiert die Kugel die erste Markierung wird die Stoppuhr gestartet und beim Passieren der zweiten Markierung wird gestoppt.

Tim Hartung	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	$\mathrm{M3/M4~WS09/10}$
Marcel Lauhoff	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	2. Fassung

4 Ergebnisse

4.1 Versuch M3

4.1.1 Auswertung der Messdaten

Die folgende Tabelle enthält die ermittelten Zeiten sowie die errechneten Werte für die kinematische Viskosität. Die Werte wurden berechnet nach Formel (8).

Die erste Messung konnte aufgrund von unzureichend kaltem Kühlwasser für das Thermostatgerät nicht bei $20\,^{\circ}\mathrm{C}$ durchgeführt werden.

Tabelle 1: Ergebnisse Versuch M3

Temperatur	$\underline{\mathbf{Zeit}}$	kinem. Viskostität
$^{\circ}\mathrm{C}$	\overline{s}	$m^2 \cdot s^{-1}$
21,40	93,70	0,02809
25,00	76,40	0,02290
30,00	57,70	0,01729
35,00	$45,\!40$	0,01361
40,00	35,10	$0,\!01052$
50,00	$22,\!20$	0,00666
60,00	13,80	0,00414
70,00	10,10	0,00303
80,00	7,60	0,00228
90,00	5,90	0,00177

4.1.2 Fehlerrechnung

Die einzige fehlerbehaftete Grösse ist die mit einer Stoppuhr gemessene Zeit. Der Maximalfehler beträgt also nach (6):

$$\Delta \nu = k \cdot \Delta t \tag{20}$$

 Δt gibt den Maximalfehler der gemessenen Zeit an.

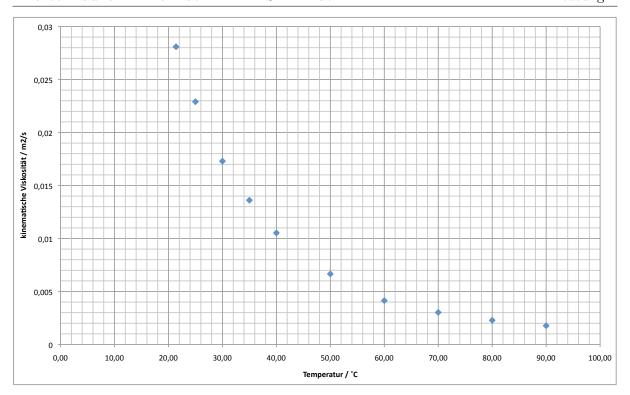


Abbildung 3: Graph: Verhältnis der kinematische Viskosität zur Temperatur

4.1.3 Diskussion der Messdaten

Die im Abschnitt 4.1.1 ermittelten Ergebnisse sind in Abbildung 3 grafisch dargestellt. Hierbei wurde die errechnete kinematische Viskosität des Öls zur Temperatur aufgetragen.

Deutlich zu erkennen ist, dass die Viskosität mit zunehmender Temperatur sinkt. Das im Kapillarviskosimeter enthaltene Öl wird also flüssiger.

Der Fehler für die einzelnen Messungen hängt jeweils nur von der fehlerbehafteten Zeit ab und beträgt nach Formel (20) immer $0,00002998\,m^2s^{-1}$. Dieser sehr kleine Fehlerwert ergibt sich dadurch, dass das Kapillarviskosimeter als relativ abgeschlossenes Messinstrument kaum Fehler zulässt, weshalb wir die Gerätekonstante k als nicht fehlerbehaftet angenommen haben.

4.2 Versuch M4

4.2.1 Auswertung der Messdaten

Im Folgenden zunächst die erhobenen Messdaten. In Tabelle 2 sind alle einzelnen Messungen aufgelistet. Die eigentlichen Messungen zur Sinkzeit sind in Tabelle 3 gelistet. Wie der Versuchsbeschreibung zu entnehmen ist, werden zwei verschiedene Kugeldichten untersucht. Die für die jeweilige Kugelsorte erhobenen Daten werden im Folgenden mit Sorte 1 bzw. Sorte 2 annotiert.

Tabelle 2: Einzelmessungen Versuch M4

Größe	\mathbf{Wert}	Fehler
Fallstrecke	$20\mathrm{cm}$	$0.1\mathrm{cm}$
Radius Sorte 1	$0.1240\mathrm{cm}$	$0.0005\mathrm{cm}$
Radius Sorte 2	$0.0745\mathrm{cm}$	$0.0005\mathrm{cm}$
Masse Sorte 1	$0.062800\mathrm{g}$	$0.00001\mathrm{g}$
Masse Sorte 2	$0.013765\mathrm{g}$	$0.00001\mathrm{g}$
Dichte Flüssigkeit	$1.250\mathrm{g/cm^3}$	$0.05\mathrm{g/cm^3}$
Zylinderdurchmesser	$6.04\mathrm{cm}$	$0.05\mathrm{cm}$
Raumtemperatur	20 °C	$0.01^{\circ}\mathrm{C}$

Tabelle 3: Gemessene Sinkzeiten

	Messung	$\frac{\mathbf{Zeit}}{s}$		Messung	$\frac{\mathbf{Zeit}}{s}$
Sorte 1	1	10.2	Sorte 2	1	27.5
	2	10.1		2	26.6
	3	10.0		3	27.3
	4	10.3		4	27.0
	5	10.0		5	27.5
	6	10.4		6	27.0
	7	10.1		7	26.4
	8	10.1		8	26.7
	9	10.3		9	27.7
	10	10.3		10	27.6

Tim Hartung	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	$\mathrm{M3/M4~WS09/10}$
Marcel Lauhoff	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	2. Fassung

Aus den gemessenen Daten wurden weitere Werte berechnet um letztlich die Viskosität zu erhalten. Um Messfehler möglichst zu minimieren wurden die gemessenen Sinkzeiten gemittelt. Die berechneten Werte sind in Tabelle 5 zu finden. Die Sinkgeschwindigkeit wurde mit $v=\frac{s}{t}$ sowie Formel (27) für den Fehler berechnet. Für die Dichte wurde Formel (12) sowie Formel (25) für den Fehler verwendet.

Tabelle 4: Berechnete Werte

Größe	\mathbf{Wert}	Fehler
Sinkzeit Sorte 1 Sinkzeit Sorte 2	$10.18\mathrm{s}$ $27.13\mathrm{s}$	$\begin{array}{c} 0.1\mathrm{s} \\ 0.1\mathrm{s} \end{array}$
Sinkgeschwindigkeit Sorte 1 Sinkgeschwindigkeit Sorte 2	$\frac{1.97\mathrm{cm/s}}{0.74\mathrm{cm/s}}$	$\begin{array}{c} 0.03\mathrm{cm/s} \\ 0.01\mathrm{cm/s} \end{array}$
Dichte Sorte 1 Dichte Sorte 2	$7.86{ m g/cm^{3}}$ $7.95{ m g/cm^{3}}$	$0.1{ m g/cm^3}$ $0.2{ m g/cm^3}$

Die Viskosität kann mit oder ohne Korrekturfaktor nach LANDENBURG berechnet werden. Beide Ergebnisse sind in Tabelle 5 angegeben. Zur Berechnung des Fehlers wurde Formel (32) verwendet. Der Korrekturfaktor nach LANDENBURG beträgt 1.04 für Kugelsorte 1 bzw 1.03 für Sorte 2.

Tabelle 5: Berechnete Viskosität

$ohne\ Korrektur faktor$		
	Viskosität Sorte 1	$(0.901 \pm 0.005) \frac{kg}{m \cdot s}$
	Viskosität Sorte 2	$(1.475 \pm 0.006) \frac{kg}{m \cdot s}$
mit Korrekturfaktor		
	Viskosität Sorte 1	$(0.872 \pm 0.005) \frac{kg}{m \cdot s}$
	Viskosität Sorte 2	7

Tim Hartung	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	$\mathrm{M3/M4~WS09/10}$
Marcel Lauhoff	Informatik BA	FS x	Matnr: xxxxxxx	2. Fassung

4.2.2 Fehlerrechnung

Zur Berechnung des Maximalfehlers von η wendet man das GAUSSsche Fehlerfortpflanzungsgesetz an:

$$\Delta f = \left(\left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta \bar{x} + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta \bar{y} + \cdots \right) \tag{21}$$

In (18) sind die folgenden Grössen fehlerbehaftet:

r: Der Durchmesser der Kugeln wurde mit einer Mikrometerschraube gemessen.

 $\rho_{\rm fl}$: Die Dichte der Flüssigkeit wurde mit einem Aräometer gemessen.

 ρ_k : Die Dichte der Stahlkugel berechnet sich nach (12):

$$\rho_k = \frac{3m}{4\pi r^3} \tag{22}$$

m wurde mit einer hochauflösenden Waage ermittelt, r mit einer Mikrometerschraube. Leitet man (22) nach m ab erhält man:

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial m} = \frac{3}{4\pi r^3} \tag{23}$$

(22) nach r abgeleitet ergibt:

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial r} = -\frac{9m}{4\pi r^4} \tag{24}$$

Zusammen ergibt sich also für den Fehler von ρ_k :

$$\Delta \rho_k = \left(\left| \frac{3}{4\pi r^3} \right| \Delta \bar{m} + \left| -\frac{9m}{4\pi r^4} \right| \Delta \bar{r} \right) \tag{25}$$

v: Die Fallgeschwindigkeit der Kugel berechnet sich wie folgt:

$$v = \frac{s}{t} \tag{26}$$

s wurde mit einem Lineal und t mit einer Stoppuhr gemessen. Partiell abgeleitet nach s und t ergibt sich für den Gesamtfehler von v:

$$\Delta v = \left(\left| \frac{1}{t} \right| \Delta s + \left| -\frac{s}{t^2} \right| \Delta t \right) \tag{27}$$

Gesamtfehler von η : Der Gesamtfehler berechnet sich wie schon die Fehler der einzelnen Grössen durch Ableiten von (18) nach den diversen fehlerbehafteten Variablen. Ableiten nach r ergibt:

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{4r \cdot (\rho_k - \rho_{\text{fl}})}{9v} \tag{28}$$

Tim Hartung — Informatik BA $FS \times Matnr: xxxxxxx$ — M3/M4 WS09/10 Marcel Lauhoff — Informatik BA $FS \times Matnr: xxxxxxx$ — 2. Fassung

Ableiten nach ρ_k ergibt:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \rho_k} = \frac{2gr^2}{9v} \tag{29}$$

Ableiten nach $\rho_{\rm fl}$ ergibt:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \rho_{\rm fl}} = -\frac{2gr^2}{9v} \tag{30}$$

Ableiten nach v ergibt:

$$\frac{\partial \eta}{\partial v} = -\frac{2gr^2 \cdot (\rho_k - \rho_{\rm fl})}{9v^2} \tag{31}$$

Der Gesamtfehler von η beträgt also:

$$\Delta \eta = \left(\left| \frac{4gr \cdot (\rho_k - \rho_{\rm fl})}{9v} \right| \Delta \bar{r} + \left| \frac{2gr^2}{9v} \right| (\Delta \bar{\rho_k} + \Delta \bar{\rho_{\rm fl}}) + \left| -\frac{2gr^2 \cdot (\rho_k - \rho_{\rm fl})}{9v^2} \right| \Delta \bar{v} \right)$$
(32)

4.2.3 Diskussion der Messdaten

Die gemessenen Viskositäten ohne Korrektur durch den Faktor nach LANDENBURG weichen stark voneinander ab. Zudem gilt noch $R\gg r$ mit $(3.02\pm0.05)\,cm\gg (0.124\pm0.005)\,cm)$ bzw. $(3.02\pm0.05)\,cm\gg (0.0745\pm0.0005)\,cm)$. Es ist deshalb sehr sinnvoll, den Korrekturfaktor in die Berechnung mit einzubeziehen.

Als mögliche Fehlerquellen sind folgende in die Berechnungen der Daten eingeflossen:

- Kugeldurchmesser mit Mikrometerschraube
- Kugelmasse mit hochauflösender Waage
- Flüssigkeitsdichte mit Aräometer
- Sinkstrecke mit Lineal
- Falldauer mit Stoppuhr

Die Ergebnisse werden also durch eine Vielzahl von Fehlerquellen gestört, wodurch sich auch der relativ hohe Fehlerwert ergibt. Die gemessene Viskosität ist dennoch plausibel, denn gemittelt über beide Messreihen ergibt sich ein Wert von $(0.88 \pm 0.01) \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$, welcher etwa dem von Rapsöl (Vgl. [Wpe09]) entspricht.

Tim Hartung — Informatik BA — FS x — Matnr: xxxxxxx — M3/M4 WS09/10 — Marcel Lauhoff — Informatik BA — FS x — Matnr: xxxxxxx — 2. Fassung

5 Literatur

[Prk09] Versuchsbeschreibung

http://groups.uni-paderborn.de/physik/studieninfos/praktika/versuch.php?versuch=m06

[Upb09] Kurzanleitung Fehlerrechung (2009-12-14)

http://physik.uni-paderborn.de/fileadmin/physik/studieninfos/praktika/dokumente/fehlerrechnung.pdf

[Mes04] D. Meschede: Gerthsen Physik, Springer-Verlag (2004).

[Wpe09] Wikipedia(en): Viscosity (2009-12-14)

http://en.wikipedia.org/wiki/Viscosity

6 Anhänge