

W6+W7 TEMPERATURKENNLINIE EINES {NTC,PTC}-WIDERSTANDES

20. November 2010

Marcel Lauhoff - Informatik BA Matnr: xxxxxxxx

xxx@xxxx.xx

1	Einleitung	2
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Das Bändermodell der Festkörper	3
2.2	Elektrischer Widerstand in Leitern	4
2.3	Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands	5
2.4	Messung des Widerstandes	5
2.5	Elektrischer Strom	6
2.6	Thermoelemente	6
3	Aufbau und Durchführung	7
3.1	Aufbau	7
3.2	Durchführung	8
4	Ergebnisse	9
4.1	W6: PTC-Widerstand	9
4.1.1	Auswertung der Messdaten	9
4.1.2	Diskussion der Ergebnisse	9
4.1.3	Fehlerbetrachtung	9
4.2	W7: NTC-Widerstand	11
4.2.1	Auswertung der Messdaten	11
4.2.2	Diskussion der Ergebnisse	11
4.2.3	Fehlerbetrachtung	12
5	Literatur	14
A	Plots	15

1 Einleitung

Die Temperaturabhängigen Widerstände eines Leiters und eines Halbleiters werden untersucht, indem Temperaturkennlinien aufgenommen und anschließend ausgewertet werden.

Ein Leiter in Form eines Thermo-Messwiderstands wird im ersten Teil ausgewertet. Dieser PTC (*positive temperature coefficient* Widerstand wird für das Temperaturintervall $[0, 100]$ °C gemessen.

Im zweiten Versuchsteil wird ein Halbleiterwiderstand verwendet. Dieser weist einen NTC (*negative temperature coefficient*) auf und wird im Temperaturintervall $[30, 150]$ °C gemessen.

Alle Messungen werden Computerisiert durchgeführt. Aus diesen Messdaten werden später die charakteristischen Funktionen für das Temperatur/Widerstandsverhältnis berechnet.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Das Bändermodell der Festkörper

Die erlaubten Energiezustände eines einzelnen Atoms liegen oft weit auseinander. Bei einem Wasserstoffatom liegt beispielsweise das niedrigste erlaubte Niveau bei $E_1 = -13,6 \text{ eV}$, genau $10,2 \text{ eV}$ unter dem zweitniedrigsten mit $E_2 = -3,4 \text{ eV}$.

Betrachtet man nun mehrere gleiche Atome, die in großer Entfernung voneinander stehen, sind diese Energieniveaus gleich. Nähert man diese gleichen Atome einander an, so verschieben sich die Energieniveaus der einzelnen Atome unter dem Einfluss der jeweils anderen Atome. Durch diese Verschiebung wird das *Pauli-Prinzip* erfüllt, wonach zwei Elektronen innerhalb eines Systems nicht genau gleiche Zustände annehmen dürfen. Nähert man nun n_{Atom} einander dicht an, so fächert sich ein erlaubter Energiezustand in n_{Atom} Energiezustände mit leicht unterschiedlichen Energien auf.

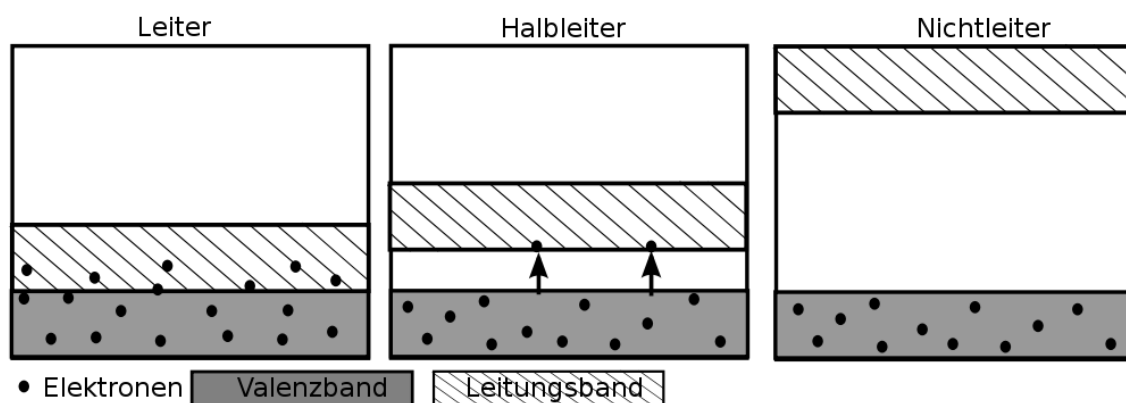


Abbildung 1: Bändermodell für verschiedene Leiterarten [Orc08]

Diese jeweils leicht unterschiedlichen Energiezustände bezeichnet man zusammen als *Band*. Die einzelnen Zustände in einem Band liegen sehr dicht beieinander, wodurch sie fast als Kontinuum betrachtbar sind. Für jeden Energiezustand eines einzelnen Atoms, ergibt sich für einen Verbund jeweils ein Band. Bänder können je nach Stoff dicht oder weniger dicht beieinander liegen, sogar eine Überlappung ist möglich. Abbildung 1 zeigt grafisch eine Übersicht verschiedener Bandanordnungen.

Die niedrigsten Bänder bestehen aus Elektronen die an einzelne Atome gebunden sind. Das niedrigste Band mit unbesetzten Zuständen, ist das *Leitungsband*. In den höheren Bändern befinden sich Elektronen, die zur Leitfähigkeit beitragen. Das höchste Band wird *Valenzband* genannt und ist ganz oder teilweise mit Elektronen besetzt.

In Leitern ist das Valenzband gleichzeitig Leitungsband. Bei Metallen, wie Kupfer, ist das Valenzband nur etwa halb gefüllt, wohingegen sich bei Magnesium ein vollbesetztes oberstes Band mit einem unbesetzten unterem Band überschneidet. Durch die Überschneidung ergibt sich ein teilbesetztes Valenz-Leitungsband.

Die Bandstruktur eines Isolators enthält eine große Bandlücke zwischen Leitungs- und Valenzband. Bei $T = 0$ K ist das Leitungsband leer und das Valenzband vollständig gefüllt. Durch die große Bandlücke sind hohe thermische Energien nötig nur um einige Elektronen des Valenzbandes in das fast leere Leitungsband anzuregen. Wird ein hohes elektrisches Feld angelegt kann auch ein Isolator leitend werden.

Eine weitere Gruppe von Leitern sind die Halbleiter. Die Energielücke zwischen gefülltem Valenzband und leerem Leitungsband ist hierbei wesentlich kleiner als bei Isolatoren, wodurch bei Zimmertemperatur Elektronen in das Leitungsband angeregt werden. Typische Halbleiter haben eine Energielücke von etwa 1 eV. Durch anlegen eines elektrischen Felds können weitere Elektronen angeregt werden.

2.2 Elektrischer Widerstand in Leitern

Ein elektrisches Feld E übt auf freie Ladungsträger in Leitern eine Kraft $q E$ aus. Durch diese Kraft werden Ladungsträger bewegt. Diese Bewegung wird durch Wechselwirkungen der freien Elektronen mit den Ionen des Atomgitters des Leiters abgebremst.

Betrachtet man einen Leiterabschnitt der Länge Δl und Querschnittsfläche A , durch den ein Strom I fließt, gibt es aufgrund der Wechselwirkungen im Leiter einen Potentialunterschied zwischen Anfang (ϕ_a) und Ende (ϕ_b) des Abschnitts.

$$U = \phi_a - \phi_b = |E| \Delta l \quad (1)$$

Der Quotient aus dieser Potentialdifferenz und dem Strom nennt man Widerstand:

$$R = \frac{U}{I} \quad (2)$$

In Materialien, wie in vielen Metallen, hängt der Widerstand weder von Strom, noch von der Spannung ab. Der Widerstand kann dadurch als Proportionalitätsfaktor gesehen werden, wie ihn das Ohmsche Gesetz ausdrückt:

$$U = R \cdot I \quad (3)$$

2.3 Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstands

Aufgrund von Wechselwirkungen in Festkörpern sind reale Widerstände temperaturabhängig. Grundsätzlich wird zwischen PTC- und NTC-Widerständen unterschieden. PTC-Widerstände haben dabei einen positiven Temperaturkoeffizient und erhöhen ihren Widerstand mit jeder Temperaturerhöhung. NTC-Widerstände haben entsprechend einen negativen Temperaturkoeffizienten.

In Leitern, wie Metallen, sorgen Wechselwirkungen mit Gitteratomen für einen elektrischen Widerstand. Mit zunehmender Temperatur erhöhen sich die Schwingungen der Atome im Gitter, wodurch Wechselwirkungen mit Leiterelektronen häufiger vorkommen. Der Widerstand nimmt hierdurch zu. Metalle sind also PTC-Widerstände.

In Halbleitern wird der zuvor beschriebene Effekt überlagert, durch eine höhere thermische Anregung von Valenzelektronen. Höhere Temperaturen sorgen hier dafür, dass mehr Valenzelektronen in das Leitungsband gehoben werden, wodurch sich die Leitfähigkeit erhöht. Halbleiter sind also NTC-Widerstände.

Die Funktion, die die Temperaturabhängigkeit beschreibt, ist meist linearer oder exponentieller Natur. Üblicherweise haben PTCs einen linearen Verlauf, wie in Formel (4), und NTCs einen exponentiellen, wie in Formel (5) gezeigt.

$$R_{\theta}(T) = R_0 (1 + \alpha \Delta T) \quad (4)$$

Hierbei ist α der lineare Temperaturkoeffizient zur Temperaturdifferenz ΔT und dem Referenzwiderstand R_0 .

$$R_{\theta}(T) = R_0 \exp(T_0/T) \quad (5)$$

Hierbei ist R_0 der Referenzwiderstand bei einer Temperatur T_0 .

2.4 Messung des Widerstandes

Es gibt mehrere Möglichkeiten der Messung des elektrischen Widerstands. Im folgenden wird die Messung mit Hilfe eines Referenzwiderstands beschrieben.

Ein Referenzwiderstand wird mit dem zu messenden in Reihe geschaltet. An beiden wird die Spannung gemessen. Durch einsetzen des Ohmschen Gesetzes ergibt sich:

$$R = \frac{U}{I} = R_{\text{ref}} \cdot \frac{U}{U_{\text{ref}}} \quad (6)$$

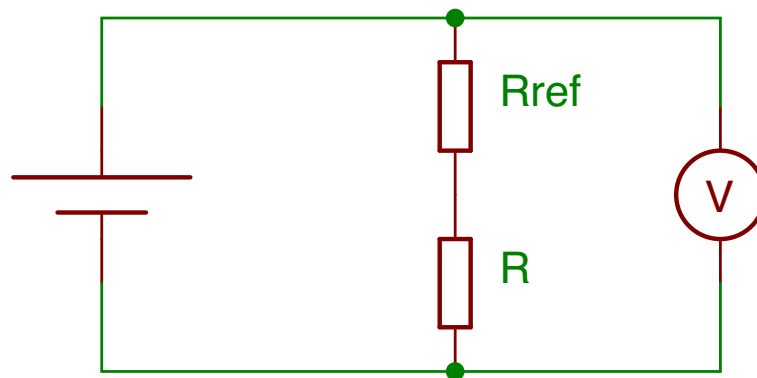


Abbildung 2: Schaltplan: Messung des Widerstands

In Abb. 2 ist die Schaltung dargestellt. Der Wert von R_{ref} und U_{ref} ist dabei bekannt. Nur die Spannung U wird mittels Voltmeter gemessen.

2.5 Elektrischer Strom

Elektrischer Strom I ist die Rate $1/\Delta t$ mit der Ladung Δq durch einen Leiter fließt. Gleichung (7) beschreibt dies, wobei $\Delta t \rightarrow 0$ gilt.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (7)$$

Die SI-Einheit für den Strom ist $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$. Ladungsträger sind üblicherweise freie Elektronen in Festkörpern wie Metall. Um diese Ladungsträger zu bewegen ist ein äußeres elektrisches Feld nötig. Dieses elektrische Feld übt auf die freien Elektronen eine Kraft aus, die Elektronen aufgrund ihrer Negativen Ladung entgegengesetzt zu diesem Feld beschleunigt. Dieses Feld kann aufgebaut werden, indem zwischen beiden Leiterenden eine elektrische Spannung anliegt.

2.6 Thermoelemente

Ein Thermoelement besteht im wesentlichen aus zwei verschiedenen Metallen und einem Spannungsmessgerät. Die beiden Metalle sind an einem Ende miteinander verbunden. Herrscht eine Temperaturdifferenz ΔT zwischen den beiden anderen Enden entsteht eine Thermospannung U_{Thermo} , die durch das Spannungsmessgerät gemessen wird. Zur Messung wird ein Ende jeweils als Messpunkt verwendet und das andere als Referenzpunkt.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

Die Versuche W6 und W7 haben einen nahezu identischen Aufbau und Ablauf, weswegen sie im folgenden zusammen beschrieben werden. Da die Ergebnisse aber durchaus Verschieden sind wird die Auswertung wieder getrennt erfolgen.

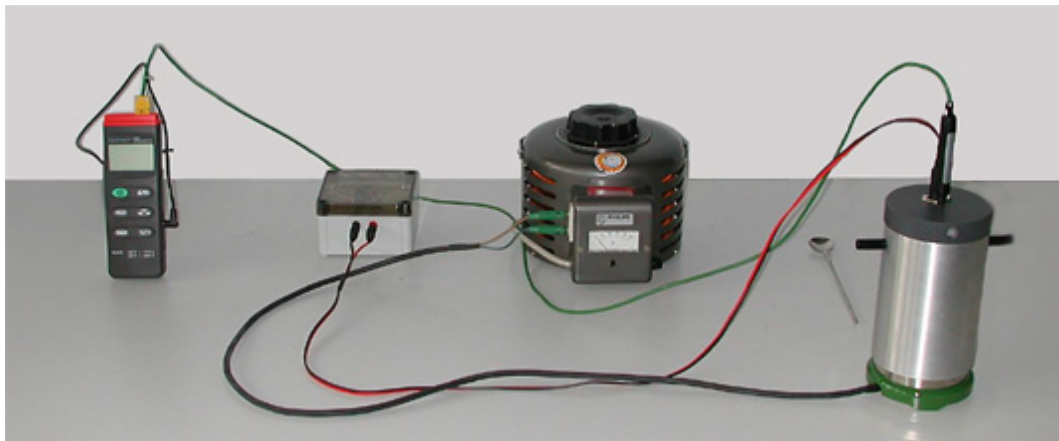


Abbildung 3: Fotografische Abbildung des Versuchsaufbaus W6 [Uni10b]



Abbildung 4: Fotografische Abbildung des Versuchsaufbaus W7 [Uni10c]

Beide Experimente bestehen aus einem Transformator, einem Digitalthermometer mit PC-Anschluss sowie der Erhitzungsvorrichtung mit Thermoelement und dem jeweiligem Widerstand. In Versuch W6 kommt ein Wassertank und eine Herdplatte zum Einsatz; In

Versuch W7 kommt ein kleiner Heizofen zum Einsatz. In Abb. 3 respektive Abb. 4 sind die beiden Anordnungen Fotografisch dargestellt.

Die Messung der Temperatur erfolgt jeweils über das schon beschriebene Thermoelement, was in beiden Fällen zusammen mit dem Widerstand angebracht ist.

3.2 Durchführung

Die Durchführung beider Experimente ist wieder relativ identisch mit dem Unterschied, dass bei W6 zunächst das Wasser auf $0\text{ °C} \leq T \leq 5\text{ °C}$ heruntergekühlt werden muss.

Zu Beginn werden die Vorrichtungen mit Thermoelement und Widerstand in den Ofen/das Wassergefäß eingesetzt. Im Falle von W6 wird vorher noch das Wasser heruntergekühlt. Ist die Vorrichtung korrekt eingesetzt, wird die Mess-Software gestartet und darauf der Transformator zum Beheizen eingeschaltet. Die einzustellende Spannung ist bei W6 120 V und bei W7 100 V.

Die Messungen sind abgeschlossen, wenn in W6 das Wasser siedet und in W7 $T = 100\text{ °C}$ erreicht ist. Bei Abschluss der Messungen wird die Mess-Software angehalten und der Transformator abgeschaltet.

Die Mess-Software zeichnet dabei jede Sekunde die Temperatur T , sowie die Spannungen U_{ref} und U_{Θ} auf. Aus den beiden gemessenen Spannungen wird in der Auswertung der Widerstand R_{Θ} errechnet.

4 Ergebnisse

4.1 W6: PTC-Widerstand

4.1.1 Auswertung der Messdaten

Die Messdaten wurden computergestützt aufgenommen und werden aufgrund ihrer Menge nicht weiter dargestellt. Es wurden in diesem Experiment 1837 Messwerte aufgenommen, aus denen Abb. 5 erstellt wurde.

Der Widerstandswert wurde nicht direkt aufgezeichnet, sondern nur die Spannungen U_Θ und U_{ref} am zu messenden Widerstand bzw. Referenzwiderstand. Die Spannung U_{ref} ist dabei mit minimalen Abweichungen auf $U_{\text{ref}} = 0,986 \text{ V}$ eingestellt. Zur Berechnung des Widerstands wurde Formel (6) verwendet.

Der Widerstand R_{ref} ist aus [Uni10b] mit $R_{\text{ref}} = (100 \pm 0,003) \Omega$ übernommen.

Auch in Abb. 5 dargestellt ist der funktionale Zusammenhang:

$$R_\theta(T) = R_0 (1 + \alpha \Delta T) \quad (8)$$

Die lineare Ausgleichsgerade wurde dabei von *gnuplot* berechnet. Die Berechnung hat folgende Werte ergeben:

$$R_0 = (100,29 \pm 0,01) \Omega$$

$$\alpha = (3,83 \pm 0,01) 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

4.1.2 Diskussion der Ergebnisse

Die Messergebnisse zeigen eindeutig einen linearen Verlauf des Widerstands abhängig von der Temperatur. Der eingesetzte PTC-Widerstand verhält sich im Messbereich $\approx 0 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 100 \text{ } ^\circ\text{C}$ damit wie sich ein Temperatur-Messwiderstand verhalten sollte.

Die ermittelten Werte passen auf denen eines *Pt100* Messwiderstandes, der in der Literatur ([Hon10]) mit Werten $R_0 = 100 \Omega$ und $\alpha = 3,85 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ angegeben ist.

4.1.3 Fehlerbetrachtung

Die Bestimmung der endgültigen Werte für den PTC-Widerstand erfolgt durch Fitten einer linearen Funktion gegen die Messdaten. Beim Experiment wurden Temperatur direkt und Widerstand indirekt gemessen. Da die Bestimmung der Parameter für den Widerstand

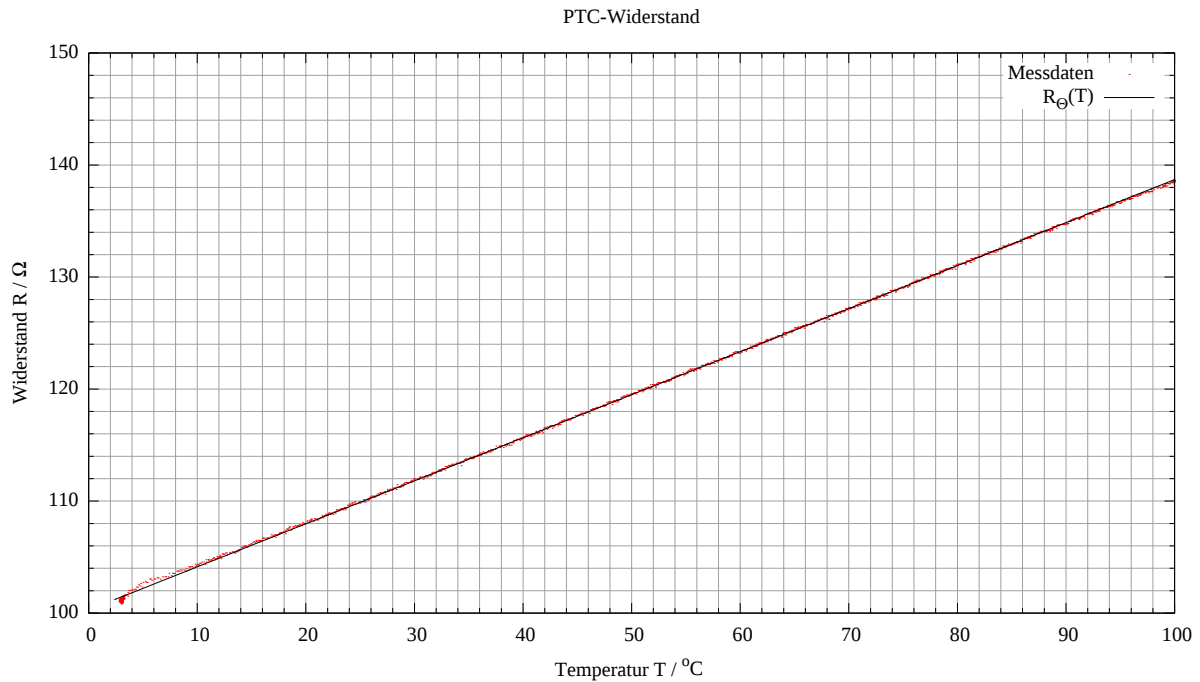


Abbildung 5: Plot der Messwerte und der Ausgleichsgeraden R_{Θ} des PTC-Widerstands

per Fitting vorgenommen wird und dies nur Fehlerwerte in den y-Werten zulässt werden im folgenden nur die Fehlerwerte für R_{Θ} ermittelt.

Die Messung der Spannungen U_{Θ} und U_{ref} hängt von der eingeschränkten Auflösung der Messkarte des Mess-PCs ab. Die Auflösung beträgt 12-bit und aus den messbaren Spannungsbereichen von $-2,5 \text{ V} \leq U_{\Theta} \leq 2,5 \text{ V}$ und $-1,25 \text{ V} \leq U_{\text{ref}} \leq 1,25 \text{ V}$ ergeben sich Fehler von:

$$\Delta U_{\Theta} = 0,001 \text{ V}$$

$$\Delta U_{\text{ref}} = 0,0006 \text{ V}$$

Die Berechnung von R_{Θ} erfolgt mit Formel (6) auf die sich zur Berechnung des Maximalfehlers ΔR_{Θ} die Potenzproduktform des Fehlerfortpflanzungsgesetzes von Gauß anwenden lässt ([Uni10a, Formel (13)]):

$$\frac{\Delta R_{\Theta}}{R_{\Theta}} = \frac{\Delta R_{\text{ref}}}{R_{\text{ref}}} + \frac{\Delta U_{\Theta}}{U_{\Theta}} + \frac{\Delta U_{\text{ref}}}{U_{\text{ref}}} \quad (9)$$

Der Fehlerwert ist für jeden Messpunkt unterschiedlich und fließt in das Fitting durch *gnuplot* in den endgültigen Fehlerwert ein. In Abb. 6 ist die Ausgabe von *gnuplot* abgebildet.

After 220 iterations the fit converged.

final sum of squares of residuals : 2.17337e+07

rel. change during last iteration : -1.70221e-09

degrees of freedom	(FIT_NDF)	:	1835
rms of residuals	(FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)	:	108.83
variance of residuals (reduced chisquare)	= WSSR/ndf	:	11844

Final set of parameters		Asymptotic Standard Error	
=====		=====	
alpha	= 0.00383005	+/- 1.311e-06	(0.03422%)
R0	= 100.288	+/- 0.006807	(0.006787%)

Abbildung 6: Ausgabe des Fittings durch *gnuplot*

4.2 W7: NTC-Widerstand

4.2.1 Auswertung der Messdaten

Die Messdaten wurden analog zu Versuch W6 erhoben. Es wurden in diesem Experiment 2017 Messwerte aufgenommen, aus denen Abb. 7 erstellt wurde.

Der Widerstand R_Θ wurde wie in Versuch W6 mit Formel (6) berechnet.

Auch in Abb. 7 dargestellt ist der Funktionale Zusammenhang:

$$R_\theta(T) = R_0 \exp(T_0/T) \quad (10)$$

Die exponentielle Ausgleichsgerade wurde dabei von *gnuplot* berechnet. Die Berechnung hat folgende Werte ergeben:

$$R_0 = (33,3 \pm 0,7) \text{ m}\Omega$$

$$T_0 = (2551,5 \pm 6,3) \text{ K}$$

4.2.2 Diskussion der Ergebnisse

Die Messergebnisse zeigen einen exponentiellen Verlauf des Widerstands abhängig von der Temperatur. Diese ist charakteristisch für einen Halbleiterwiderstand.

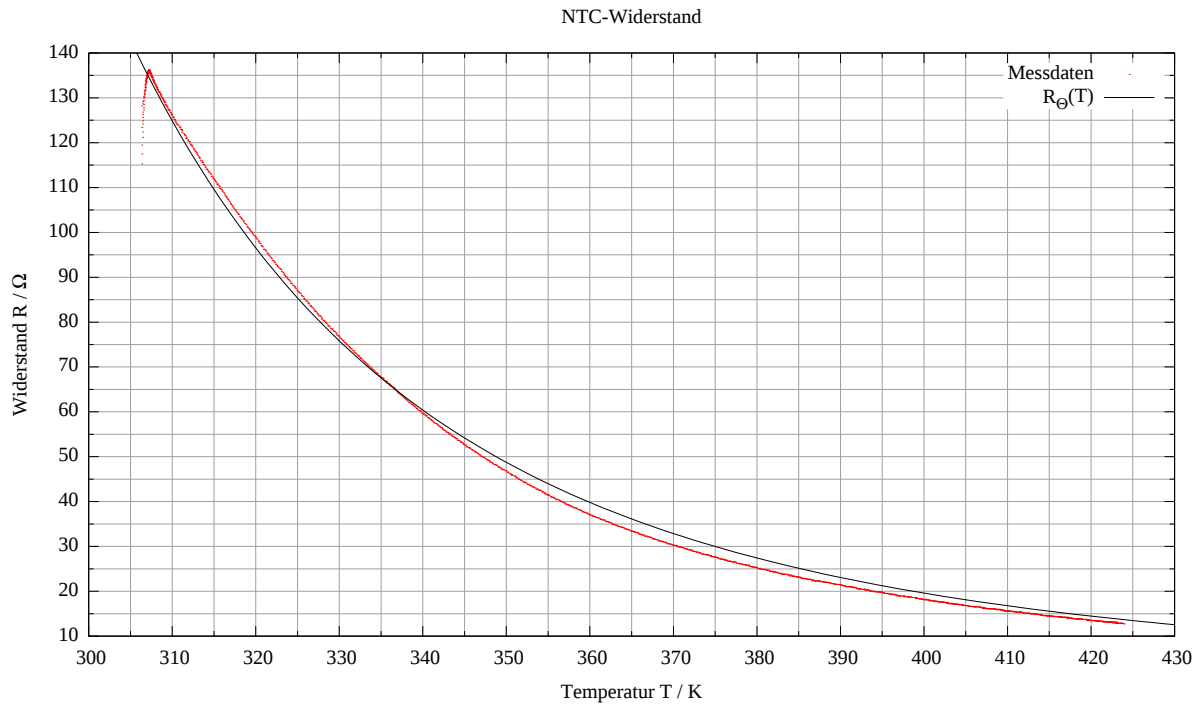


Abbildung 7: Plot der Messwerte und der Ausgleichsgraden R_{Θ} des NTC-Widerstands

4.2.3 Fehlerbetrachtung

Die Fehlerbetrachtung ist analog zu Versuch W6. Der Fehlerwert ΔR_{Θ} berechnet sich wie in Formel (9). Die Bestimmung der Wert für T_0 und R_0 erfolgt durch der Exponentiellen Funktion aus Formel (10) mittels *gnuplot*. In Abb. 8 ist die Ausgabe des *gnuplot* Fitting Prozessen angegeben.

```

After 679 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 3.34262e+09
rel. change during last iteration : -4.04652e-06

degrees of freedom      (FIT_NDF)                : 2015
rms of residuals        (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)    : 1287.97
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf    : 1.65887e+06

Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
=====
R0                               = 0.033258          +/- 0.0006728    (2.023%)
T0                               = 2551.51           +/- 6.303       (0.247%)

```

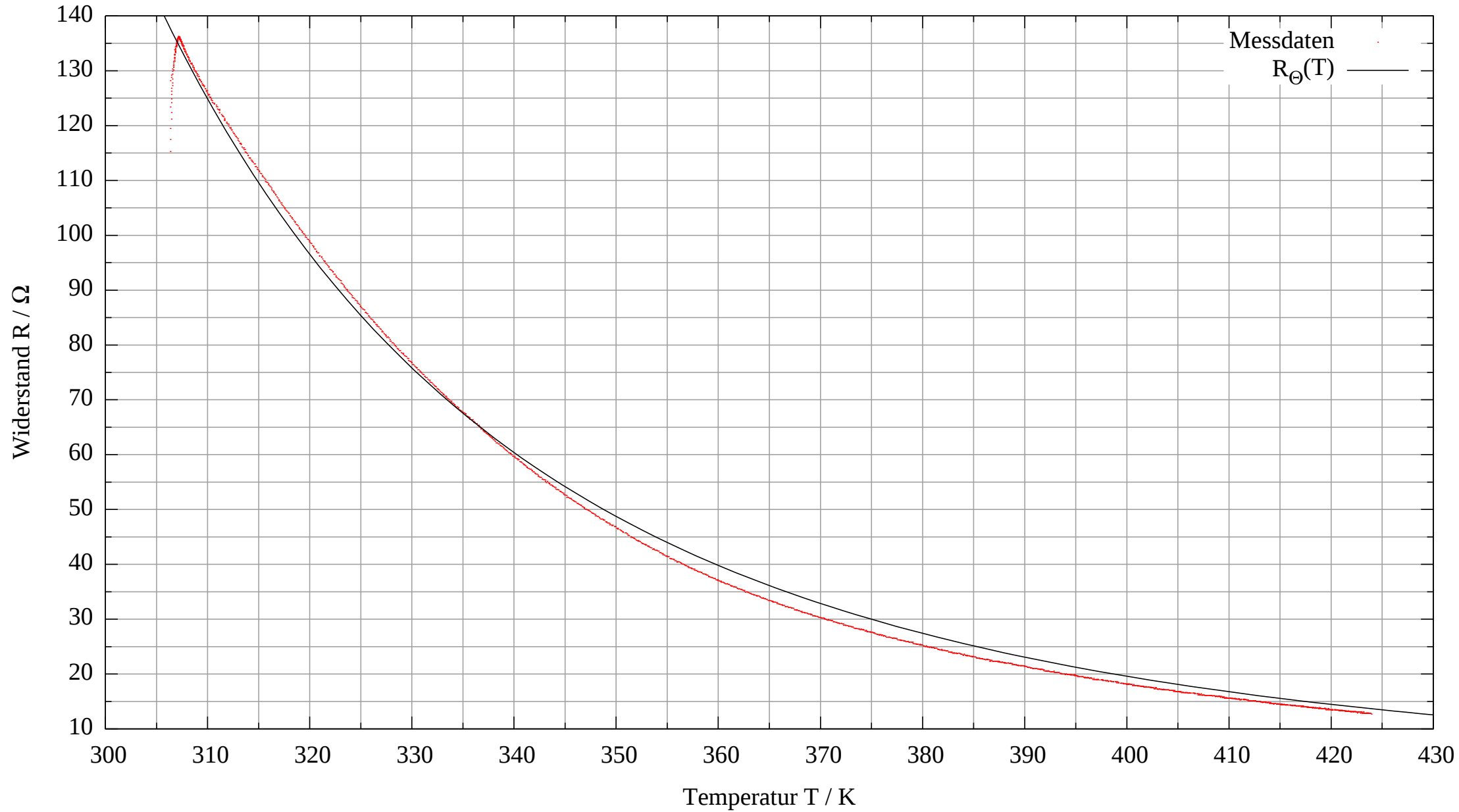
Abbildung 8: Ausgabe des Fittings durch *gnuplot*

5 Literatur

- [Hon10] HONEYWELL SENSING AND CONTROL: *Reference and Application Data: Platinum RTDs*. http://content.honeywell.com/sensing/prodinfo/temperature/technical/c15_136.pdf, Juni 2010
- [Mes06] MESCHEDE, Dieter: *Gerthsen Physik*. 23., überarbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 9783540299738
- [Orc08] ORCI: *Bändermodell für Leiter, Halbleiter und Isolatoren*. <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:B{ä}ndermodell.svg>, Dezember 2008
- [TM09] TIPLER, Paul A. ; MOSCA, Gene: *Physik: für Wissenschaftler und Ingenieure*. 6., Aufl. Heidelberg : Spektrum Akademischer Verlag, 2009. – ISBN 9783827419453
- [Uni10a] UNIVERSITÄT PADERBORN – FAKULTÄT FÜR NATURWISSENSCHAFTEN - PHYSIKALISCHES GRUNDPRAKTIKUM: *Kurzanleitung Fehlerrechnung*. <http://physik.uni-paderborn.de/fileadmin/physik/studieninfos/praktika/dokumente/fehlerrechnung.pdf>, Juni 2010
- [Uni10b] UNIVERSITÄT PADERBORN – FAKULTÄT FÜR NATURWISSENSCHAFTEN - PHYSIKALISCHES GRUNDPRAKTIKUM: *W6: Temperaturkennlinie eines PTC-Widerstandes*. <http://groups.uni-paderborn.de/physik/studieninfos/praktika/versuch.php?versuch=w06>, Juni 2010
- [Uni10c] UNIVERSITÄT PADERBORN – FAKULTÄT FÜR NATURWISSENSCHAFTEN - PHYSIKALISCHES GRUNDPRAKTIKUM: *W7: Temperaturkennlinie eines NTC-Widerstandes*. <http://groups.uni-paderborn.de/physik/studieninfos/praktika/versuch.php?versuch=w07>, Juni 2010

A Plots

NTC-Widerstand



PTC-Widerstand

