

E2 MAGNETFELDER STROMDURCHFLOSSENER SPULEN

28. Oktober 2010

Marcel Lauhoff - Informatik BA Matnr: xxxxxxxx

xxx@xxxx.xx

Simon Linke - Physik BA Matnr: xxxxxxxx

xxx@xxxx.xx

1	Einleitung	2
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Magnetische Felder	3
2.2	Drehschwingungen	5
2.3	Das magnetische Moment	6
3	Aufbau und Durchführung	7
3.1	Aufbau	7
3.2	Durchführung	8
4	Ergebnisse	9
4.1	Auswertung der Messdaten	9
4.2	Diskussion der Ergebnisse	14
4.3	Fehlerbetrachtung	14
4.4	Zusammenfassung der Endergebnisse	14
5	Literatur	15
A	Diagramme	16

1 Einleitung

Im folgenden Versuch soll die Magnetische Feldstärke von Spulen mit unterschiedlicher Geometrie bestimmt werden. Hierzu verwendet man eine Drehwaage als Magnetometer, welche man zunächst in einer langen dünnen Spulen (hierfür lässt sich das H-Feld gut berechnen) eicht. Mit den hier erhalten Wertepaaren lässt sich das H-Feld der anderen Spulen ermitteln.

Im zweiten Teil des Versuches wird das magnetische Moment eines Stabmagneten bestimmt, indem man die Periode der Drehschwingung um die Mittelachse für zwei unterschiedliche Drehmomente ermittelt.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Magnetische Felder

Magnetische Felder können zwei Ursachen haben, entweder entstehen sie durch ausgerichtet Spins in Festkörpern (z.B. Dauermagnete) oder, wie in diesem Versuch durch elektrische Ströme. Sie lassen sich durch die magnetische Feldstärke H sowie die magnetische Induktion (magnetische Flussdichte) B beschreiben, wobei die Beziehung gilt:

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (1)$$

Für einen stromdurchflossenen Leiter mit einfacher bekannter Geometrie lässt sich die magnetische Feldstärke mittels des Ampèreschen Gesetzes (Durchflutungsgesetz) berechnen:

$$\oint_S \vec{H} \cdot d\vec{s} = I \quad (2)$$

In allgemeineren, komplizierteren Fällen muss das Gesetz von Biot und Savart, welches sich aus den Maxwellgleichungen herleiten lässt, verwendet werden:

$$d\vec{H} = \frac{I \left(d\vec{s} \times \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \right)}{4\pi |\vec{r}|^2} \quad (3)$$

Man kann hiermit die magnetische Flussdichte bestimmen, die ein infinitesimales Leiterstück bei einem Abstand von r hervorruft.

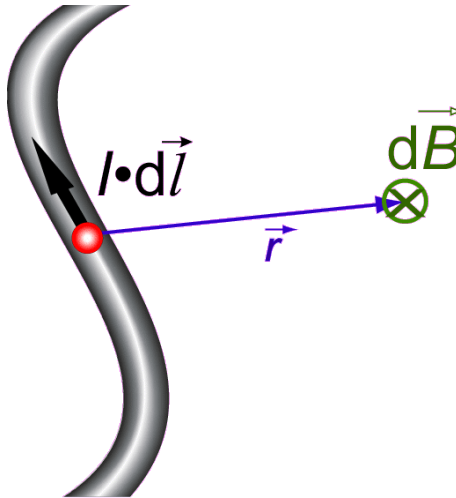


Abbildung 1: Das Biot-Savart'sche Gesetz [Ins10]

Um die gesamte Induktion am Ort r' zu kennen muss man also über den gesamten Leiter integrieren. Tut man dies für eine lange, dünne Spule, so ergibt sich in ihrem inneren das homogene H-Feld:

$$H = \frac{N I}{\sqrt{l^2 + D^2}} \quad (4)$$

Jedes Magnetfeld wirkt Kräfte auf Magnete aus. Magnete, die in ein Magnetfeld geraten, wollen sich so ausrichten, dass ihre Feldlinien antiparallel zu denen des äußeren Magnetfeldes verlaufen. Der magnetische Nordpol des Probemagneten zeigt also immer zum magnetischen Südpol des Äußeren. Ein prominentes Beispiel hierfür ist ein Kompass. Hierbei handelt es um einen kleinen Stabmagneten der sich im Erdmagnetfeld entlang der Feldlinien orientiert.

2.2 Drehschwingungen

Drehschwingungen sind eine Sonderform der mechanischen Schwingungen. Hierbei wird ein Körper verdrillt oder verdreht, es entsteht ein Drehmoment M . M ist dem Drehmoment, welches für die Verdrillung verantwortlich ist, entgegengesetzt. Beide Drehmomente sind dem Betrag nach proportional zueinander. Verdreht man den Körper um einen kleinen Winkel α so gilt $\alpha \approx \sin \alpha$. Für M gilt dann:

$$M = - D^* \alpha \quad (5)$$

Die Proportionalitätskonstante D^* nennt sich Winkelrichtgröße. Allgemein ist Das Drehmoment M definiert als:

$$M = J_A \ddot{\alpha} \quad (6)$$

wobei J_A das Trägheitsmoment ist.

Das Trägheitsmoment eines Vollzylinders (sowie unser Stabmagnet) der sich um eine Achse dreht die senkrecht zur Symmetrieachse liegt und durch den Schwerpunkt geht ist definiert als:

$$J_A = \frac{1}{4} \cdot m \cdot r^2 + \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 \quad (7)$$

Im Fall $r \ll l$ (wie im Experiment) gilt näherungsweise:

$$J_A = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 \quad (8)$$

Mit Gleichung (5) gilt:

$$\ddot{\alpha} = - \frac{D^*}{J_A} \alpha \quad (9)$$

Nimmt man als Lösung eine ungedämpfte Cosinusschwingung an so erhält man:

$$\alpha = A \cos(\omega t) \quad (10)$$

$$\dot{\alpha} = - A \omega \sin(\omega t) \quad (11)$$

$$\ddot{\alpha} = - A \omega^2 \cos(\omega t) \quad (12)$$

$$\ddot{\alpha} = - \omega^2 \alpha \quad (13)$$

Somit gilt für ω :

$$\omega^2 = \frac{D^*}{J_A} \quad (14)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (15)$$

Die Periodendauer T ergibt sich hiermit zu:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{D^*}} \quad (16)$$

Die Winkelrichtgröße D^* berechnet sich in unserem Fall durch:

$$D^* = \frac{4\pi^2 J_A}{T_1^2 - T_2^2} \quad (17)$$

Dabei ist J_A das Trägheitsmoment der Vorrichtung mit dem Messingstab. T_0 ist die zugehörige Periodendauer und T_1 die Dauer mit verändertem Drehmoment.

2.3 Das magnetische Moment

Das magnetische Moment m eines Magneten wird bestimmt durch das Drehmoment M welches das äußere Magnetfeld auf ihn auswirkt. Es ist ein Vektor, der in der Dipolachse des Magneten liegt. Für ihn gilt:

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (18)$$

Da in unserem Fall alle Größen senkrecht aufeinander stehen gilt:

$$M = m \cdot B \quad (19)$$

$$m = \frac{M}{B} \quad (20)$$

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

Der Aufbau des Versuchs ist in Abbildung 2 fotografisch dargestellt. Auf dem Bild erkennt man in der Mitte den Torsionsturm mit einem Torsionsschwinger und Wasserbad. Das Wasserbad ist mit einer Stellschraube am Torsionsturm befestigt und kann in der Höhe verstellt werden. Am Torsionsschwinger befindet sich ein Metallstab mit einem Blechstreifen, der für die Messungen des Magnetfelds im Wasserbad eingetaucht wird, um die auftretenden Schwingungen zu dämpfen.



Abbildung 2: Fotografische Darstellung des Versuchsaufbaus E2 [Uni10]

Es werden insgesamt drei verschiedene Spulen eingesetzt. Die Kenndaten dieser Spulen sind in Tabelle 1 aufgelistet. Die beiden langen Spulen bestehen jeweils aus zwei Teilen. Aufgebaut werden sie, indem sie auf den Spulenständern gelegt und zusammengesteckt werden. An der Zusammensteckstelle gibt es eine Öffnung, durch die der Torsionsdraht geführt wird. Die kurze Spule ist an einem extra Ständer angebracht und als Ring ausgeführt. Der Torsionsdraht wird hierbei nicht durch die Spule geführt, sondern die Spule

wird, so weit wie möglich, vor den Torsionsdraht gestellt.

Der Auslenkungswinkel des Torsionsdrahts wird über einen Spiegel und einen darauf ausgerichteten Laser auf der Skala mit seinem doppelten Wert angezeigt. Der Stabmagnet wird in einer von zwei Bohrungen im Torsionsschwinger eingesetzt. In der Anderen Bohrung wird im zweiten Versuchsteil eine Messingstange eingesetzt.

Spule	Länge	Durchmesser	Windungszahl
lang, dünn	0,6 m	70 mm	120
lang, dick	0,6 m	120 mm	240
kurz, dick	-	200 mm	2×5

Tabelle 1: Daten der eingesetzten Spulen [Uni10]

3.2 Durchführung

Der Versuch gliedert sich in zwei Teile. Im ersten Teil werden die Auslenkungswinkel $2 \cdot \phi$ in Abhängigkeit vom Strom I bestimmt und im zweiten Teil werden die Schwingungsdauern T_0 und T_1 zur Berechnung von D^* bestimmt.

Teil (A): Auslenkungswinkel

In diesem Versuchsteil werden die Auslenkungswinkel in Abhängigkeit von der Stromstärke durch die Spulen gemessen. Bei jeder Messung ist darauf zu achten, dass der Stabmagnet im Zentrum der aufgebauten Spulen liegt und der Blechstreifen im Wasserbad vollständig untergetaucht und frei beweglich ist.

Nacheinander werden folgende Messungen mit dem zur Verfügung stehenden Spulen durchgeführt. Bei jedem Messpunkt wird der eingestellte Strom I und der abgelesene Winkel $2 \cdot \phi$ notiert.

1. lange, dünne Spule im Bereich $I = [-1, 1; 1, 1]$ A und Abstand $\Delta I = 0,1$ A
2. lange, dicke Spule im Bereich $I = [-1, 15; 1, 15]$ A und Abstand $\Delta I = 0,2$ A
3. kurze, dicke Spule im Bereich $I = [-6; 6]$ A und Abstand $\Delta I = 1$ A

Teil (B): Schwingungsdauern

Jeweils 10 Schwingungen des Torsionsschwingers ohne Wasserbad und Spule werden einmal mit und einmal ohne Messingstange gemessen. Anschließend wird die Masse und die Länge der Messingstange ermittelt.

4 Ergebnisse

4.1 Auswertung der Messdaten

Winkelrichtgröße D^*

Die Winkelrichtgröße D^* wird berechnet durch:

$$D^* = \frac{4 \pi^2 J_1}{T_1^2 - T_0^2} \quad (21)$$

Dabei ist J_1 das Trägheitsmoment der Vorrichtung mit dem Messingstab. T_0 ist die Periodendauer ohne Messingstab und T_1 die Dauer mit Messingstab.

Folgende Werte wurden für die Periodendauern gemessen:

$$10 \cdot T_0 = (47,60 \pm 0,05) \text{ s} \quad (22)$$

$$10 \cdot T_1 = (104,00 \pm 0,05) \text{ s} \quad (23)$$

Das Trägheitsmoment J_1 wird berechnet aus der Masse m und der Länge l_1 des Messingstabs durch folgende Formel:

$$J_1 = \frac{m l_1^2}{12} \quad (24)$$

Folgende Werte wurden für die Länge l_1 und die Masse m gemessen. Der Fehler für l_1 ergibt sich dabei aus dem Ablesefehler. Der Fehler für die Masse m ist geschätzt. Die Masse m wurde nicht selbst gemessen, sondern der Wert wurde von dem Stab abgelesen.

$$l_1 = (32,00 \pm 0,05) \text{ cm} \quad (25)$$

$$m = (75,3 \pm 0,5) \text{ g} \quad (26)$$

Das Trägheitsmoment des Messingstabs beträgt damit:

$$J_1 = (0,643 \pm 0,006) 10^{-3} \text{ kg m}^2 \quad (27)$$

Der Fehler des Trägheitsmoments berechnet sich aus den Fehlern der Masse und der Länge des Stabs:

$$\frac{\Delta J_1}{J_1} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta l}{l} \quad (28)$$

$$\Delta J_1 = 0,006 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \quad (29)$$

Durch Einsetzen der Werte in Formel (21) kann D^* berechnet werden:

$$D^* = (0,297 \pm 0,013) \cdot 10^{-3} \text{ N m/rad} \quad (30)$$

Der Fehler ΔD^* ergibt sich aus dem Fehlerwert von J_1 und dem Fehler der Zeitmessung. Die Zeitmessung ist fehlerbehaftet durch die Ablesungenauigkeit und durch die Reaktionszeit des Messenden. Als Fehler wurde daher für die Zeitmessung $10 \cdot \Delta T = 0,2 \text{ s}$ verwendet. Zur Berechnung des Maximalfehlers wurde folgende Formel nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz von Gauß verwendet:

$$\Delta D^* = \left| \frac{4\pi^2}{T_0^2 - T_1^2} \right| \Delta J_1 + \left| \frac{8J_1\pi^2 T_0}{(T_0^2 - T_1^2)^2} \right| \Delta T + \left| \frac{8J_1\pi^2 T_1}{(T_0^2 - T_1^2)^2} \right| \Delta T \quad (31)$$

$$\Delta D^* = 0,013 \cdot 10^{-3} \text{ N m/rad}$$

Stromfluss und Auslenkung

Im folgenden wird der Zusammenhang zwischen Stromfluss den drei Spulen und Auslenkungswinkel ϕ ausgewertet. Im Versuch wurde der Auslenkungswinkel $2 \cdot \phi$ in der Einheit Grad in Abhängigkeit des Stroms I durch die Spule gemessen.

Für die weitere Auswertung wird ϕ im Bogenmaß umgerechnet. Zur Umrechnung wird folgende Formel verwendet:

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \quad (32)$$

Für das magnetische Feld der Spule gilt:

$$H = \frac{N I}{\sqrt{l^2 + D^2}} \quad (33)$$

Für den Auslenkungswinkel gilt:

$$\phi = \frac{|m| \times |B|}{D^*} \quad (34)$$

In der Ruhelage und bei kleinen Auslenkungen steht der Stabmagnet nahezu senkrecht zum Magnetfeld. Deshalb gilt:

$$\phi = \frac{|m| |B|}{D^*} \quad (35)$$

Durch einsetzen von Formel (33) und (35) ergibt sich:

$$\phi = \frac{N |m| \mu_0}{\sqrt{l^2 + D^2} D^*} I \quad (36)$$

Daraus folgt, dass zwischen ϕ und I ein linearer Zusammenhang herrscht. Der Proportionalitätsfaktor zwischen ϕ und I ist gerade:

$$\text{prop} = \frac{\phi}{I} = \frac{N |m| \mu_0}{\sqrt{l^2 + D^2} D^*} \quad (37)$$

In Abbildung 3 ist das Diagramm zur Beziehung $\phi = \phi(I)$ für die lange, dünne Spule dargestellt. Man erkennt anhand des Diagramms einen linearen Zusammenhang zwischen Stromstärke I und Auslenkungswinkel ϕ wie aus der Theoretischen Betrachtung erwartet. Die Diagramme für die beiden Anderen Spulen sind im Anhang zu finden.

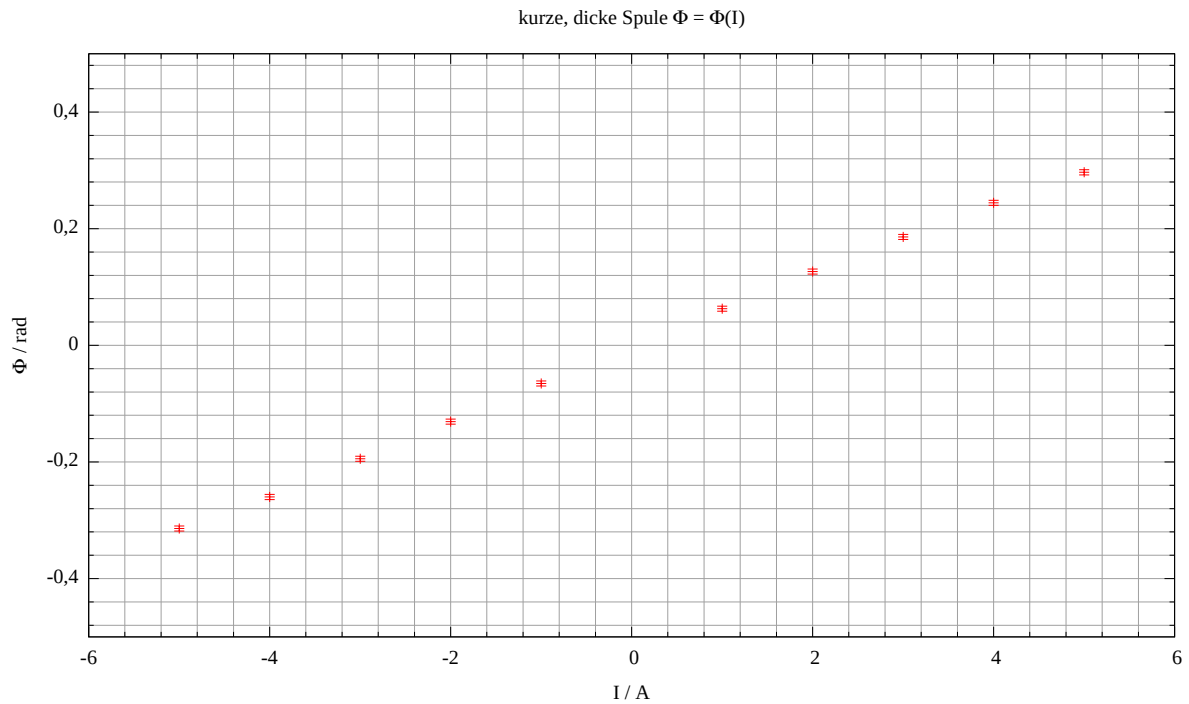


Abbildung 3: Plot der Auslenkung ϕ zur Stromstärke I in der kurzen, dicken Spule

Magnetisches Moment des Stabmagneten

Das magnetische Moment $|m|$ des Stabmagneten wird durch folgende Formel berechnet:

$$|m| = D^* \frac{\phi}{I} = \frac{D^* \sqrt{l^2 + D^2}}{\mu_0 N} \frac{\phi}{I} \quad (38)$$

Zur Bestimmung des magnetischen Momentes $|m|$ werden die Messungen im homogenen Feld der langen, dünnen Spule verwendet. Der Proportionalitätsfaktor $\text{prop} = \frac{\phi}{I}$ wird bestimmt durch lineare Regression auf dieselben Messwerte ermittelt. Das Ergebnis der linearen Regression durch *gnuplot* ist im Anhang zu finden. Daraus ergibt sich ein Wert für $\text{prop}_{\text{lang}}$ von:

$$\text{prop}_{\text{lang}} = (0,277 \pm 0,001) \text{ rad/A}$$

Durch einsetzen in Formel 38 erhält man für das magnetische Moment $|m|$:

$$|m| = (0,329 \pm 0,016) \text{ Am}^2$$

Der Maximalfehler für $|m|$ wird berechnet aus den Fehlern ΔD^* und der Standardabweichung der linearen Regression $\Delta \text{prop}_{\text{lang}}$ nach der Fehlerfortpflanzung von Gauß:

$$\Delta |m| = \left| \frac{D^* \sqrt{l^2 + D^2}}{\mu_0 N} \right| \Delta \text{prop}_{\text{lang}} + \left| \frac{\text{prop}_{\text{lang}} \sqrt{l^2 + D^2}}{\mu_0 N} \right| \Delta D^* \quad (39)$$

$$\Delta |m| = 0,0159 \text{ Am}^2$$

4.2 Diskussion der Ergebnisse

Die gemessenen Ergebnisse zeigen einen linearen Zusammenhang zwischen Strom I und Auslenkungswinkel ϕ . Dieses Ergebnis wird durch die Theorie unterstützt. Die Messwerte mit umgekehrter Stromrichtung weisen teilweise kleine Abweichungen von den Messungen der anderen Stromrichtungen auf. Diese Abweichungen erklären sich durch die teilweise unvollkommene Ausrichtung der Spulen im Bezug auf den Torsionsdraht.

4.3 Fehlerbetrachtung

Die größte Fehlerquelle in diesem Versuch ist der Versuchsaufbau selbst. Der Torsionsdraht sollte in idealfall genau zentrisch in den jeweiligen Spulen liegen. Bei der langen, dünnen und der langen, dicken Spule ist dies schwierig, da der Torsionsdraht durch eine Öffnung zwischen den beiden Spulenteilen verläuft und das ausrichten nicht einfach möglich ist. Die kurze, dicke Spule kann aufgrund ihrer Bauweise nur vor dem Torsionsdraht angebracht werden.

Der Auslenkungswinkel 2ϕ wurde auf einer Skala abgelesen. Diese Skala hat eine Einteilung von 1 Grad. Messungenauigkeiten traten hier aufgrund der teilweise hohen Schwingungen, die nur teilweise durch das Wasserbad gedämpft wurden, auf.

Die gemessenen Schwingungsdauern sind hauptsächlich durch die Reaktionszeit des Messenden ungenau. Hier wurde eine Reaktionszeit von $t = 200$ ms als Fehler angenommen.

Die Messung der Ströme wurde vom Netzteil abgelesen, welches keine genauenangaben zu Fehler liefert. Die Ableseungenauigkeit wurde hier als Fehler angenommen.

4.4 Zusammenfassung der Endergebnisse

Die Messungen der Magnetfelder haben einen linearen Zusammenhang zwischen Auslenkung ϕ und Stromstärke I ergeben. Dieser Zusammenhang ist ersichtlich in den erstellten Diagrammen $\phi = \phi(I)$ im Anhang.

Das magnetische Moment des verwendeten Stabmagneten wurde ermittelt aus dem Proportionalitätsfaktor $\text{prop}_{\text{lang}}$, dem Winkelrichtmoment D_* und den Parametern der langen, dicken Spule. Das Endergebnis wurde ermittelt mit:

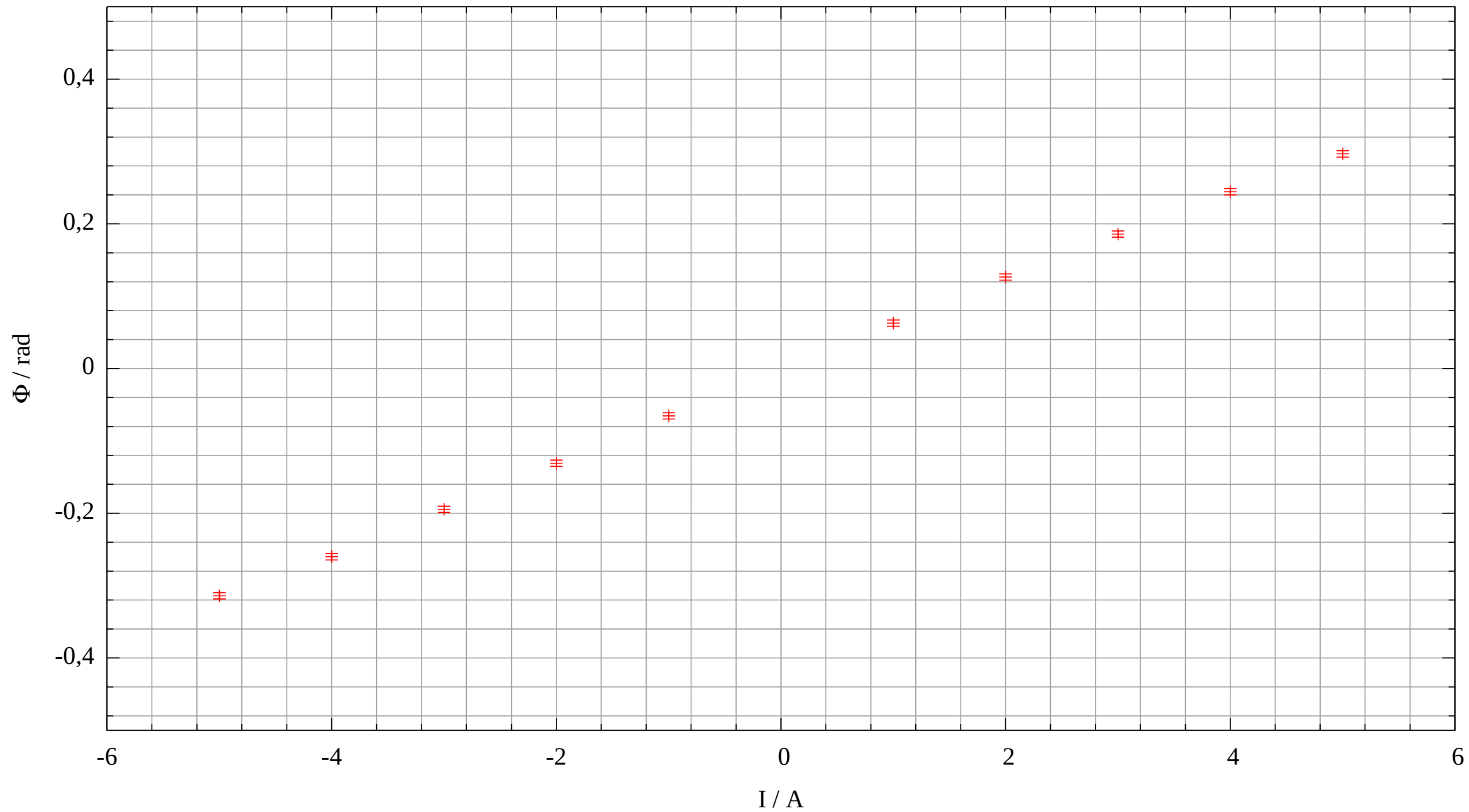
$$|m| = (0,329 \pm 0,016) \text{ Am}^2$$

5 Literatur

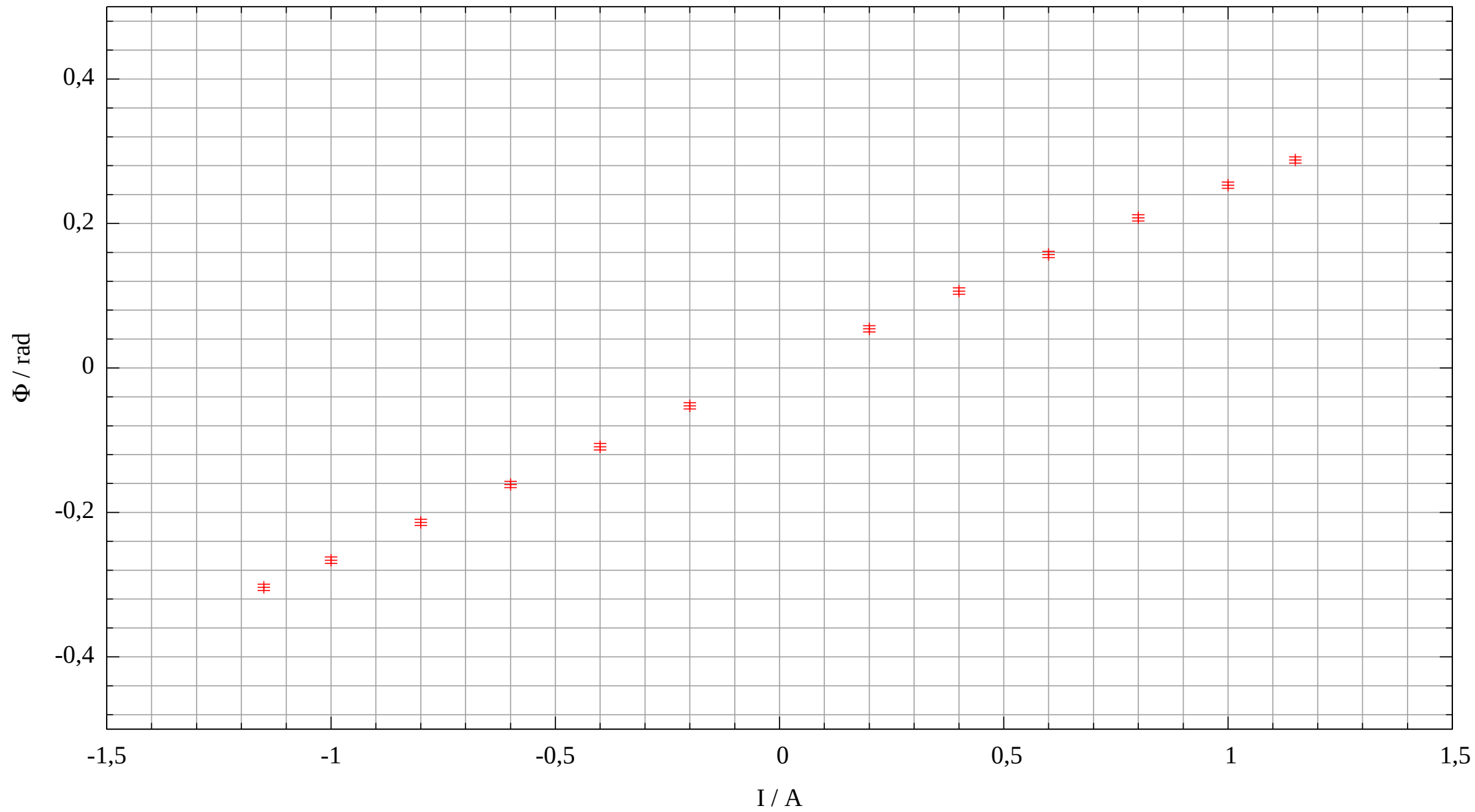
- [Dem09] W. Demtröder, *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*, Springer-Lehrbuch, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg (2009)
- [Ins10] Institut für Naturwissenschaften und Technik - Abteilung Physik - Prof. Dr. R. Girwidz, Biot-savart gesetz (Juli 2010)
<http://193.196.151.150/physikonline/repetelehre/zusammenfassungen/biot-savart-gesetz3.gif>
- [Stö04] H. Stöcker, *Taschenbuch der Physik: Formeln, Tabellen, Übersichten*, Deutsch, Frankfurt am Main (2004)
- [Uni10] Universität Paderborn – Fakultät für Naturwissenschaften - Physikalisches Grundpraktikum, E2: Magnetfelder stromdurchflossener spulen (Juni 2010)
<http://groups.uni-paderborn.de/physik/studieninfos/praktika/versuch.php?versuch=e02>

A Diagramme

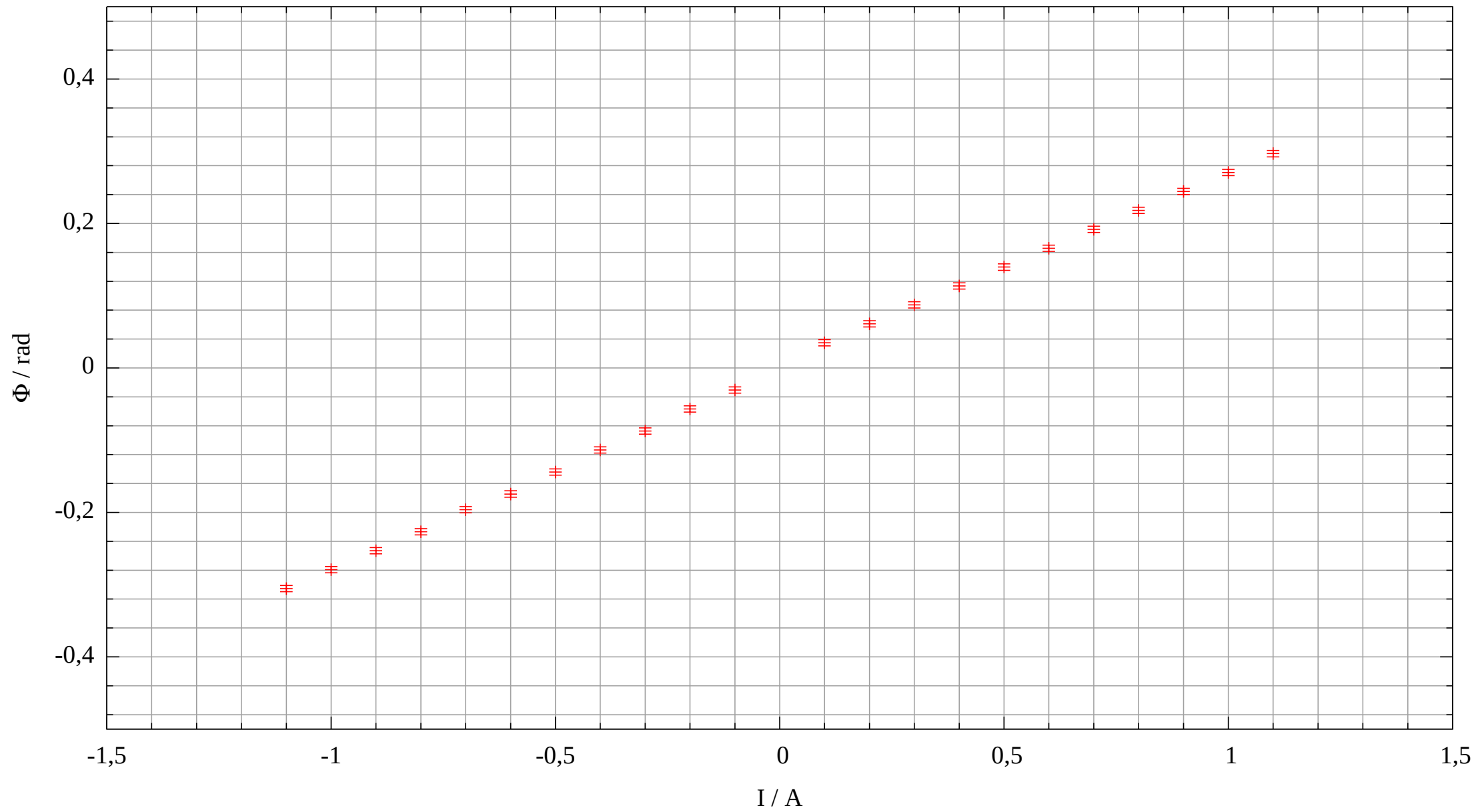
kurze, dicke Spule $\Phi = \Phi(I)$



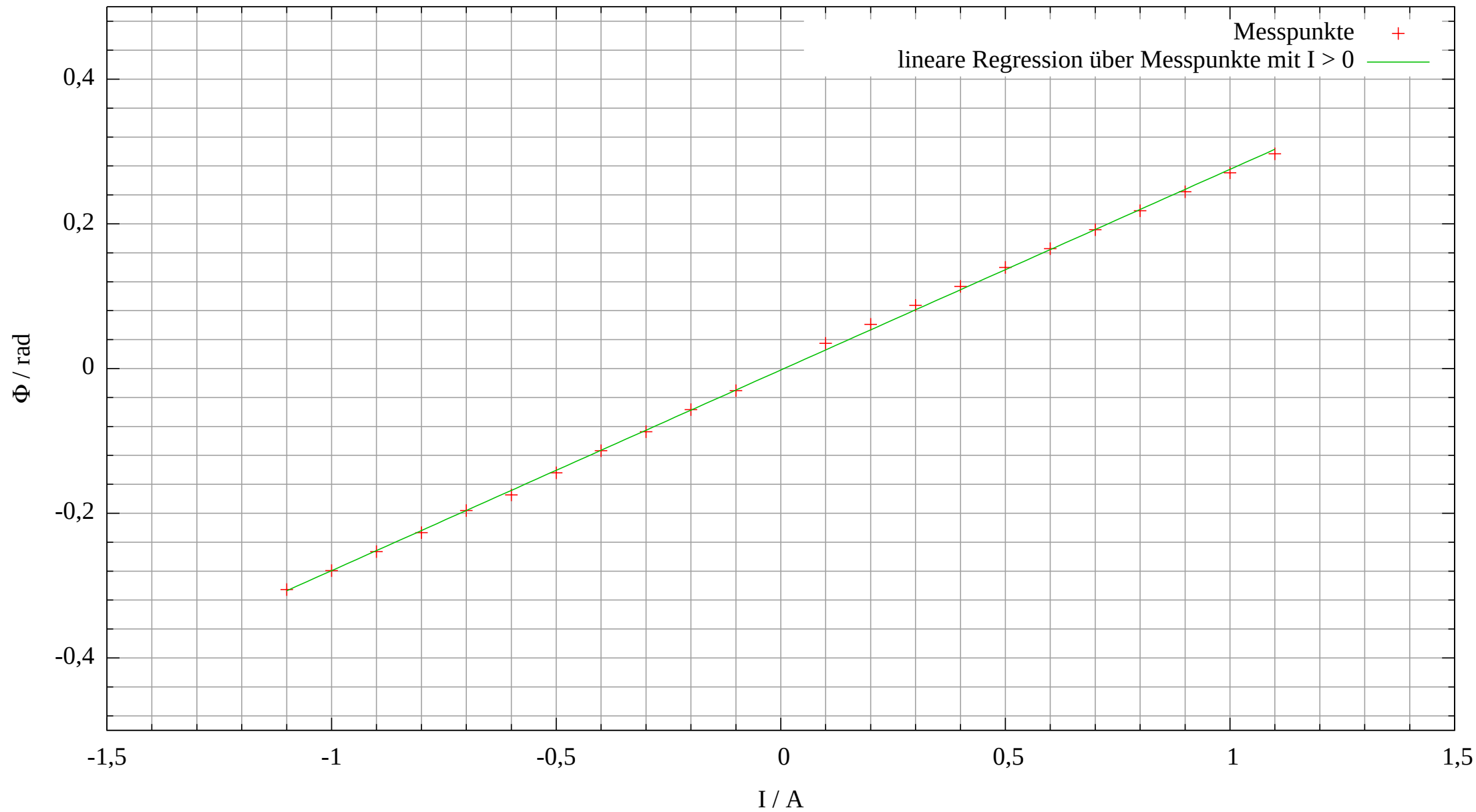
lange, dicke Spule $\Phi = \Phi(I)$



lange, dünne Spule $\Phi = \Phi(I)$



lineare Regression: lange, dünne Spule $\Phi = \Phi(I)$



Lineare Regression: Lange, dünne Spule -> prop_{lang}

After 4 iterations the fit converged.

final sum of squares of residuals : 0.000355619

rel. change during last iteration : -4.57316e-15

degrees of freedom (FIT_NDF) : 20
rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.00421675
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 1.7781e-05

Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
=====	=====
m = 0.277364	+/- 0.001326 (0.4779%)
b = -0.00198333	+/- 0.000899 (45.33%)

correlation matrix of the fit parameters:

	m	b
m	1.000	
b	0.000	1.000