E1 - Strom - Spannungs- Kennlinien von Widerständen
E6 - Urspannung, innerer Widerstand und Wirkungsgrad von Spannungsquellen

28. Oktober 2010

Marcel Lauhoff - Informatik BA Matnr: xxxxxxx
xxx@xxxx.xx
Simon Linke - Physik BA Matnr: xxxxxxx
xxx@xxxx.xx

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **3**

2 Theoretische Grundlagen **4**
2.1 Reale Widerstände & Leitungsmechanismen . . . 4
2.1.1 Das Bändermodell . . . 4
2.1.2 Widerstands- und Leitertypen . . . 5
2.2 Zusammenhang von Strom und Spannung . . . 7
2.2.1 Ohmsches Gesetz . . . 7
2.2.2 Die Kirchhoff'schen Regeln . . . 7
2.3 Widerstandsmessung . . . 9
2.3.1 Spannungsrichtiges Messen . . . 9
2.3.2 Stromrichtiges Messen . . . 10
2.3.3 Innenwiderstand von Spannungsquellen . . . 10
2.4 Elektrischer Wirkungsgrad . . . 11

3 Aufbau und Durchführung **12**
3.1 E1: Strom - Spannungs- Kennlinien von Widerständen . . . 12
3.1.1 Aufbau . . . 12
3.1.2 Durchführung . . . 13
3.2 E6: Urspannung, innerer Widerstand und Wirkungsgrad von Spannungsquellen . . . 14
3.2.1 Aufbau . . . 14
3.2.2 Durchführung . . . 15

4 Ergebnisse **16**
4.1 E1 . . . 16
4.1.1 Auswertung der Messdaten . . . 16
4.1.2 Diskussion der Ergebnisse . . . 19
4.1.3 Fehlerbetrachtung . . . 19
4.2 E6 . . . 20
4.2.1 Auswertung der Messdaten . . . 20
4.2.2 Diskussion der Ergebnisse . . . 24
4.2.3 Fehlerbetrachtung . . . 24

5 Fazit **25**

6 Literatur **26**

A Plots und Tabellen **27**

1 Einleitung

In Versuch E1 sollen von drei Widerständen mit unterschiedlichem Stromleitungsverhalten (Metallfadenlampe, Kohlefadenlampe und ohmscher Widerstand) Strom-Spannungskennlinien und die zugehörigen Strom-Widerstandskennlinien bestimmt werden. Als Kennlinien bezeichnet man Diagramme die den Teil einer Funktion ($I = f(U)$, $R = f(I)$ etc.) abbilden der dem Ohmschen Gesetz folgt, also linear ist. Bei zu hohen Strömen erwärmt sich der Widerstand. Somit ist das Verhalten nicht mehr ohmsch [Bei10].

Hierzu wird der Strom in Abhängigkeit der Spannung (im Bereich von 0 V - 220 V) ermittelt. Die Wertepaare werden anschließend in ein Diagramm gezeichnet.

In Versuch E6 bestimmt man den Einfluss des inneren Widerstandes der Spannungsquelle auf die Klemmenspannung, den Strom und den Wirkungsgrad in einem einfachen Stromkreis bei verschiedenen Lastwiderständen.

Hierzu wird zuerst mittels zwei verschiedener Widerstände (und den daraus resultierenden 2 Wertepaaren von Strom und Spannung) Der Innenwiderstand eines 9 V-Blocks bestimmt. Im zweiten Teil des Versuches wird die Spannung bei konstantem Strom für eine Widerstand R_a im Bereich zwischen $0\,\Omega$ und $\infty\,\Omega$ gemessen. Anschließend werden die Messergebnisse hinsichtlich des Innenwiderstandes aller Bauteile bewertet.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Reale Widerstände & Leitungsmechanismen

2.1.1 Das Bändermodell

Mit Hilfe der Quantenmechanik lassen sich für einzelne Elektronen im Coulombpotential eines Atoms bestimmte diskrete Energieniveaus berechnen.

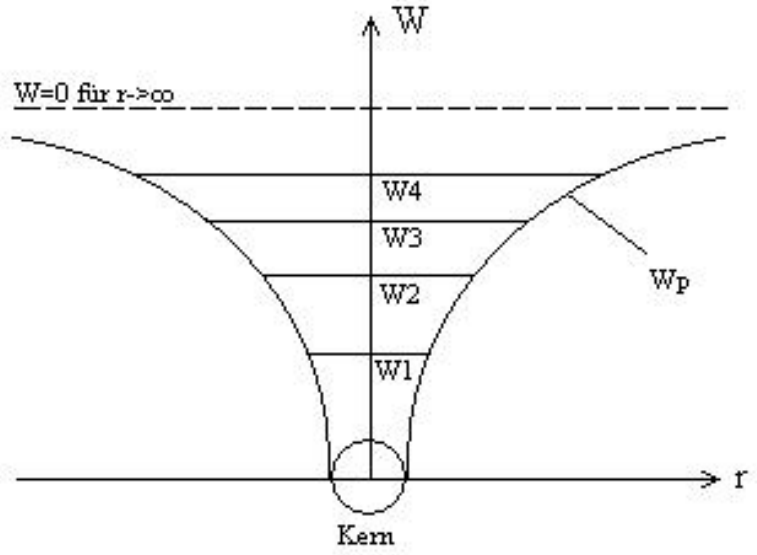


Abbildung 1: Coulombpotential, diskrete Energieniveaus [Gro10]

Bringt man nun mehrere Atome zusammen kommt es zu einer Überlagerung von dicht zusammen liegenden Energieniveaus zu Bändern (da das Pauli-Prinzip besagt, das zwei Elektronen mit gleichem Spin nicht das gleiche Energieniveau haben dürfen). Zwischen den Bändern können Lücken liegen, an denen sich keine Elektronen aufhalten.
Die Elektronen in Kernnähe sind durch die Anziehungskraft der Protonen stärker lokal gebunden. Sie sind also wesentlich schmaler und stärker an die Kerne gebunden als weit entfernte Bänder. Das führt dazu das die Bänder irgendwann gar nicht mehr an bestimmt Atome gebunden sind sondern dem gesamten Festkörper zugerechnet werden müssen. Sind diese Bänder nicht voll besetzt können sich die Elektronen frei auf ihnen bewegen.

Das oberste vollständig besetzte Band (bei $T = 0\,\mathrm{K}$) heißt Valenzband. Das unterste leere oder teilbesetzte Band heißt Leitungsband (Es ist also immer ein Band über dem Valenzband) [TG98].

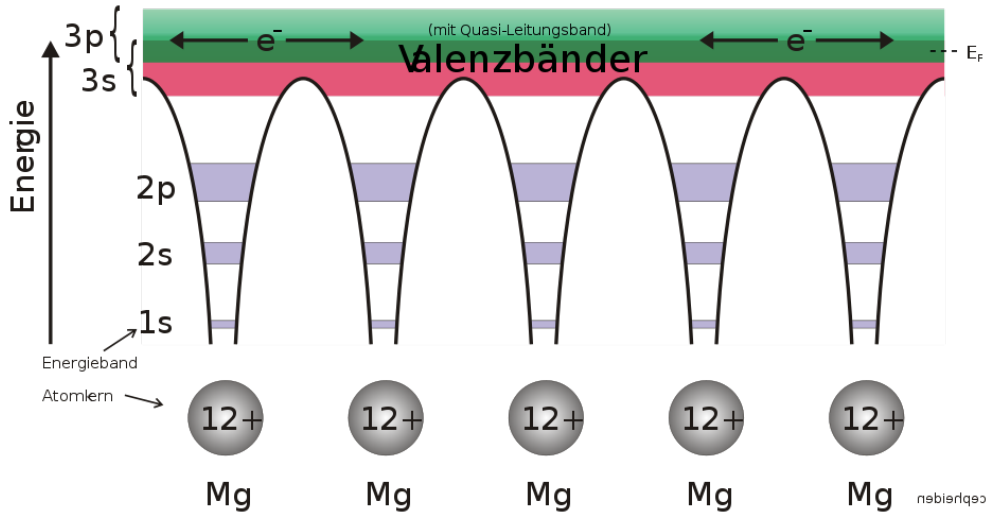


Abbildung 2: Bändermodell am Beispiel des Metalls Magnesium [Cep06]

2.1.2 Widerstands- und Leitertypen

Die Leitfähigkeit eines Stoffes ergibt sich aus dem *Abstand* (Energiedifferenz) von Valenz und Leitungsband. Dieser ist von Stoff zu Stoff verschieden. Man kann jedoch zwischen drei Stoffklassen unterscheiden:

1. Leiter (Metalle)

Hier liegen Valenz- und Leitungsband direkt aufeinander, oder überlappen sich sogar, es kommt zu einer Verschmelzung der beiden. Somit können Elektronen übergangslos vom Valenz- ins Leitungsband wechseln.

Bei erhöhter Temperatur steigt jedoch auch die Energie innerhalb des Stoffes und die Moleküle beginnen mehr und mehr um ihre Ruhelage zu schwingen. Die Wahrscheinlichkeit von Stößen zwischen freien Elektronen und Atomkernen steigt, und somit auch der Widerstand.

Stöße meint hier jedoch nicht nur elastische Stöße von Elektronen mit anderen Elektronen und Protonen (diese sind aufgrund der Größe von Protonen und Elektronen sehr unwahrscheinlich) sondern auch ein Energieverlust durch die Coulombkräfte der verschiedenen Ladungen.

2. Halbleiter

Hier liegen Valenz- und Leitungsband so weit auseinander, dass die Elektronen erst nach Zufuhr von Energie in das Leitungsband überwechseln können. Je höher die Temperatur steigt desto höher ist auch die Energie der Elektronen, somit schaffen es auch immer mehr Elektronen ins Leitungsband, und die Leitfähigkeit steigt. Dieser Effekt ist so stark, dass gegenüber den vermehrten Stößen zwischen Elektronen und Atomkern (bei erhöhter Temperatur) überwiegt. Somit steigt die Leitfähigkeit mit der Temperatur.

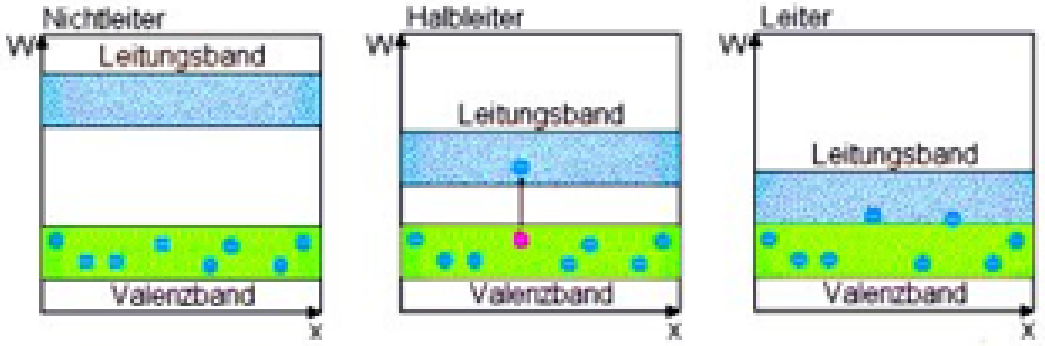


Abbildung 3: Die Lage von Valenzband und Leitungsband bei Nichtleitern, Halbleitern und Leitern.[Jag10]

3. Nichtleitern (Isolatoren)

Bei Nichtleitern (Isolatoren) liegen Valenz- und Leitungsband soweit auseinander, dass die Energie die nötig ist um Elektronen vom Valenz- ins Leitungsband wechseln zu lassen das betroffene Molekül zerstören würde. Somit kann auch kein Strom fließen.
Somit gibt es auch zusätzlich zum ohmschen widerstand noch zwei weiter (temperaturabhängige) Widerstandsklassen:

PTC-Widerstände

Bei PTC-Widerständen (positive temperature coefficient) erhöht sich der Widerstand mit der Temperatur. Da sich Leiter mit höherem Strom erwärmen, erhöht sich R auch mit de Stromstärke I.

NTC-Widerstände

Bei NTC-Widerständen (negative temperature coefficient) sinkt der Widerstand mit der Temperatur. Da sich Leiter mit höherem Strom erwärmen, sinkt R auch mit der Stromstärke I [Rai06].

2.2 Zusammenhang von Strom und Spannung

2.2.1 Ohmsches Gesetz

Im frühen 19. Jhd. war die vorherrschende Meinung, das Strom I und Spannung U von einander unabhängig seien. Erst Georg Simon Ohm gelang es 1826/27 das Gegenteil zu beweisen und den konkreten, linearen Zusammenhang in einer Formel auszudrücken. Diese ist uns heute als das Ohmsche Gesetz bekannt:

$$U = R \cdot I \tag{1}$$

Dabei ist die Proportionalitätskonstante R ein temperaturunabhängiger sogenannter ohmscher Widerstand [Rai06].

2.2.2 Die Kirchhoff'schen Regeln

Oft ist es sehr schwierig alle Ströme und Spannungen im einen komplizierten Netzwerk zu berechnen. G.R. Kirchhoff gelang es 1845 durch Vereinfachung des Ohmschen Gesetzes ein recht einfaches Verfahren hierfür zu entwickeln.

Knotenregel

Knoten können keine Ladungen Speichern. „Deshalb ist die Summe der auf den Knotenpunkt zufließenden Ströme gleich der Summe der von ihm abfließenden Ströme" [Rai06].

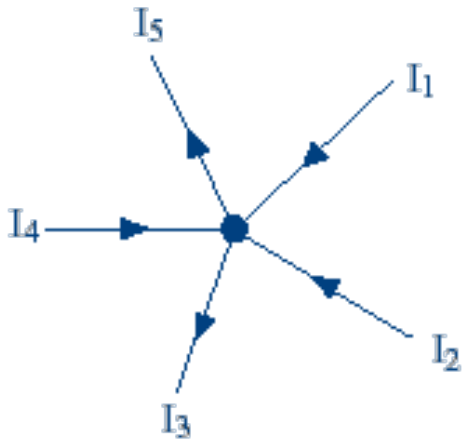


Abbildung 4: Ein Knoten mit den zugehörigen Strömen [Uni10]

Wählt man die ab- und zufließende Ströme mit unterschiedlichem Vorzeichen so gilt:

$$\sum_{j=1}^{n} I_j = 0 \tag{2}$$

Maschenregel

„Die Summe aller Spannungen einer Masche ist Null. Dabei ist eine Masche ein kompletter Umlauf in einem elektrischen Netz.“ [Bei10]

$$\sum_{\text{Masche } k}^{n} U_k = 0 \tag{3}$$

Aus Knoten-, Maschenregel und Ohmschen Gesetzt folgt für die Addition von Widerständen, die in Reihe geschaltet sind:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n \tag{4}$$

Für Parallelschaltungen folgt:

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} \tag{5}$$

[Rai06]

2.3 Widerstandsmessung

2.3.1 Spannungsrichtiges Messen

Um einen Widerstand spannungsrichtig zu messen, schließt man ein Amperemeter in Reihe zum Widerstand an, und ein Voltmeter parallel zu ihm.

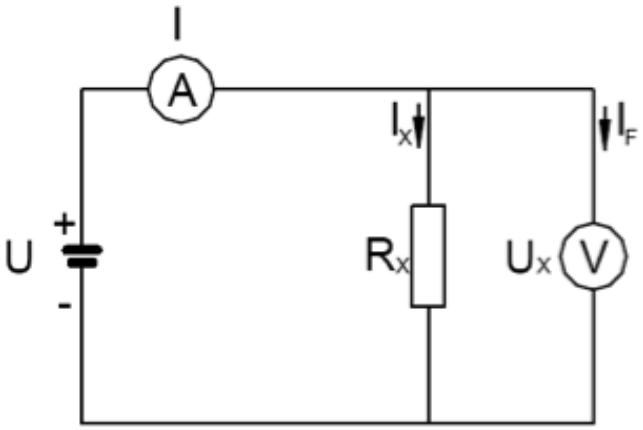


Abbildung 5: Schaltbild einer spannungsrichtigen Messung [Bei10]

So tritt kein Messfehler in der Spannung auf. Durch den endlichen Innenwiderstand des Voltmeters tritt jedoch ein Fehlerstrom I_F auf. Der gemessene Strom ist also größer als der Strom durch den Widerstand.
Damit berechnet sich der Widerstand R_X mit der Formel [Bei10]:

$$R_X = \frac{U_X}{I - I_F} \tag{6}$$

2.3.2 Stromrichtiges Messen

Um einen Widerstand stromrichtig zu messen schalten man (wie auch schon in Abschnitt 2.3.1) ein Amperemeter vor den Widerstand. Hier Schaltet man das Voltmeter allerdings parallel zu Widerstand und Amperemeter.

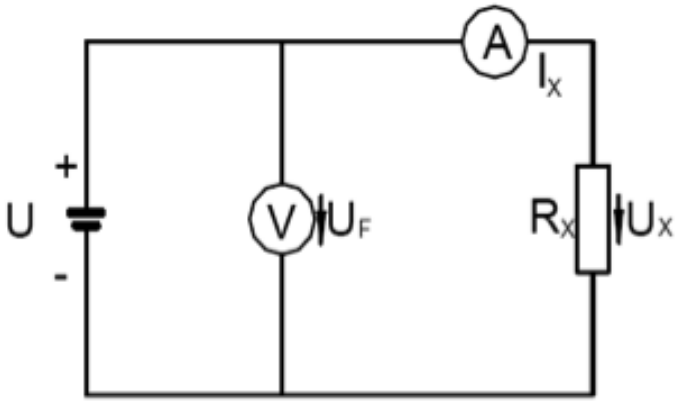


Abbildung 6: Schaltbild einer stromrichtigen Messung [Bei10]

So tritt also kein Messfehler im Strom auf. Durch den Innenwiderstand des Strommessgerätes entsteht jedoch eine Fehler in der Spannungsmessung. Die Spannung U_X ist größer als die gemessene Spannung U_F. Der Widerstand berechnet sich hier mit der Formel [Bei10]:

$$R_X = \frac{U_F - U_I}{I_X} \tag{7}$$

Dabei bezeichnet U_I den Spannungsabfall am Strommessgerät

2.3.3 Innenwiderstand von Spannungsquellen

Jede (reale) Spannungsquelle besitzt einen Innenwiderstand. Dieser sorgt dafür, dass die Klemmenspannung vom Lastwiderstand abhängt. Man nimmt an, eine reale Spannungsquelle besteht aus einer idealen Spannungsquelle (ohne Innenwiderstand), zu der ein Innenwiderstand R_I in Reihe geschaltet ist. Je höher nun die Last an der Spannungsquelle ist, desto tiefer sinkt die Klemmenspannung.
Der maximale Strom fließt im Kurzschlussfall und wird vom Innenwiderstand begrenzt. Er berechnet sich mit:

$$I_K = \frac{U_0}{R_I} \tag{8}$$

Dabei ist U_0 die Ursprungsspannung der Stromquelle.

Es ist also am besten einen möglichst geringen Innenwiderstand zu verwenden. Er sollte zumindest viel kleiner als der Verbraucher sein [Mes06].

2.4 Elektrischer Wirkungsgrad

Im allgemeinen ist der Wirkungsgrad η als das Verhältnis von Nutzleistung P_{Nutz} zur Gesamtleistung P_{Ges} definiert.

$$\eta = \frac{P_{\text{Nutz}}}{P_{\text{Ges}}} \tag{9}$$

Beim elektrischen Wirkungsgrad entspricht P_{Nutz} der von der Quelle erzeugten Leistung [Ver10b].

Die Leistung lässt sich allgemein als die Ableitung der Arbeit W nach der Zeit beschreiben, also als die Arbeit die in einem bestimmten Zeitraum verrichtet wird. Somit lässt sich die elektrische Leistung folgendermaßen herleiten [Mes06]:

$$P = \frac{\partial W_{el}}{\partial t} = \frac{\partial (U \cdot Q)}{\partial t} = U \frac{\partial Q}{\partial t} = U \cdot I \tag{10}$$

3 Aufbau und Durchführung

3.1 E1: Strom - Spannungs- Kennlinien von Widerständen

In diesem Versuch werden nacheinander Strom-Spannungs-Kennlinien verschiedenartiger Widerstände aufgenommen.

3.1.1 Aufbau

Der grundsätzliche Aufbau besteht aus einem regelbaren Netztransformator mit dem Spannungsbereich $[0, \mathrm{U_{Netz}}]$ V. An diesem Transformator werden nacheinander drei Widerstände mit unterschiedlichen Temperatureigenschaften angeschlossen und gemessen.

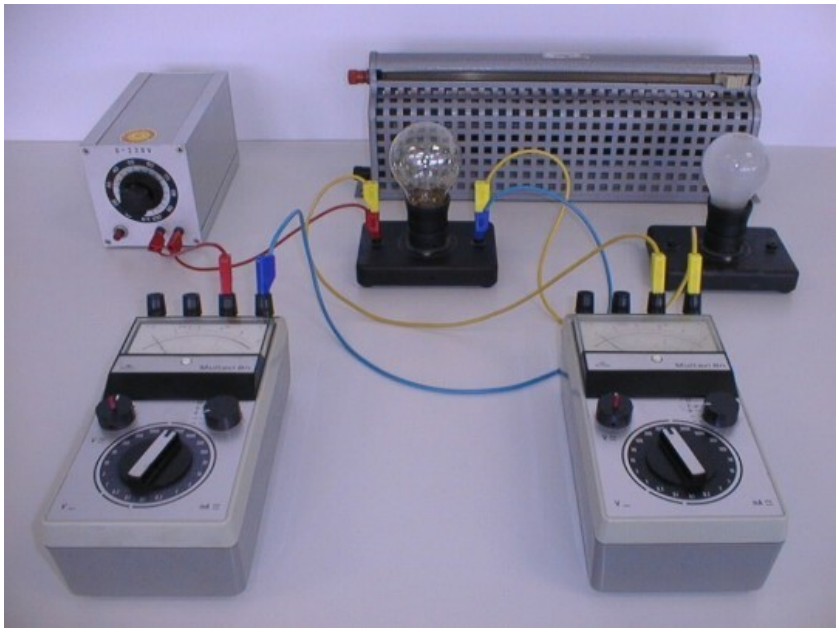


Abbildung 7: Fotografische Abbildung des Versuchsaufbaus E1 [Ver10a]

Die Schaltung wird jeweils nach dem Schaltplan aus Abb. 8 aufgebaut. Folgende Widerstände werden für R_X verwendet:

1. Eine Metallfadenlampe als PTC-Widerstand
2. Eine Kohlefadenlampe als NTC-Widerstand
3. Ein ohm'scher Widerstand in Form eines Lastwiderstands

Zur Messung der jeweiligen Ströme und Spannungen werden jeweils ein Drehspul- Voltmeter und Amperemeter verwendet. Die Messgeräte werden als Spannungsrichtige Messschaltung betrieben. Diese Schaltung wird in Abschnitt 2.3.1 näher erläutert.

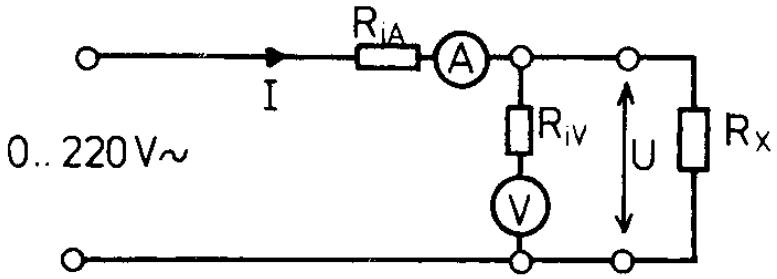


Abbildung 8: Schaltplanskizze des Versuchsaufbaus E1 [Ver10a]

3.1.2 Durchführung

Zu Beginn wird der Versuchsaufbau, nach Abbildung 8, mittels Sicherheits-Bananensteckerkabeln vorgenommen. Dieser Aufbau wird, mit Ausnahme des Lastwiderstands R_X, nicht mehr verändert. Für jeden der drei Widerstände werden Messungen in 10 V Schritten für das Intervall $[0, \mathrm{U_{Netz}}]$ vorgenommen. Für die Netzspannung gilt etwa $U_{\mathrm{Netz}} \approx 230\,\mathrm{V}$. Um das Ablesen der Spannung zu erleichtern wird jeweils die Spannung durch Ablesen des Voltmeters eingestellt und nicht durch Ablesen der Skala des Netztransformators. Zu den jeweiligen Messwerten wird die am Messgerät eingestellte Skala notiert, um in der Auswertung den jeweils passenden Innenwiderstand einfließen zu lassen. Alle Messwerte werden von Hand aufgenommen.

3.2 E6: Urspannung, innerer Widerstand und Wirkungsgrad von Spannungsquellen

3.2.1 Aufbau

Der grundsätzliche Aufbau des Versuchs ist in Abb. 9 dargestellt. Als Spannungsquellen stehen eine 9 V Blockbatterie und ein Labornetzteil zur Verfügung. Als Lastwiderstände stehen ein großer veränderbarer Lastwiderstand und zwei kleine, in ein Steckbrett eingelassene, bereit. Zum Messen von Strömen und Spannungen werden Drehspul-Messgeräte verwendet.

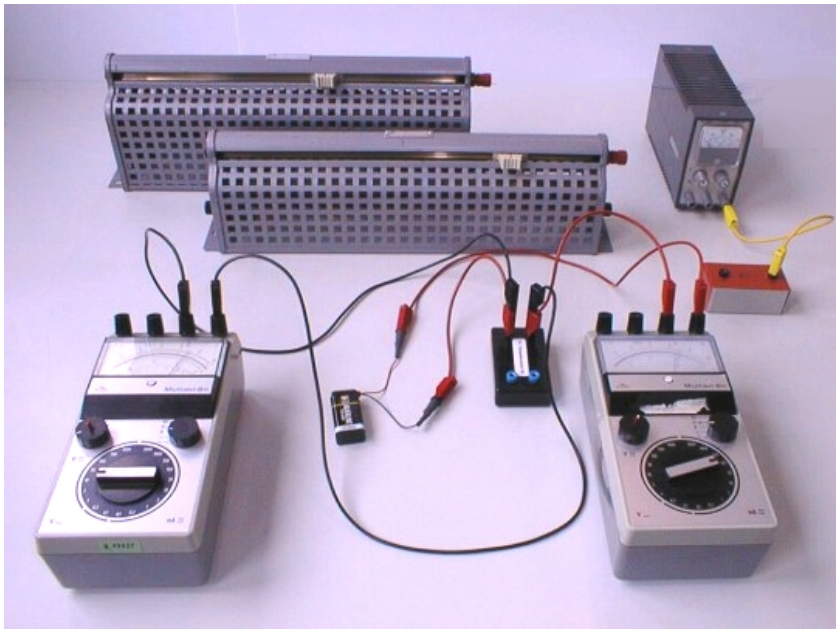


Abbildung 9: Fotografische Abbildung des Versuchsaufbaus E6 [Ver10b]

Der Versuch gliedert sich in zwei Teile, wobei jeder Teil mit einer anderen Spannungsquelle betrieben wird. Im ersten Teil ist dies eine 9 V Blockbatterie und im zweiten ein Labornetzteil.

In Abb.10 ist der grundsätzliche Aufbau der Schaltung beschrieben. An dieser Schaltung wird jeweils passend die Spannungsquelle und der Widerstand R_a angeschlossen.

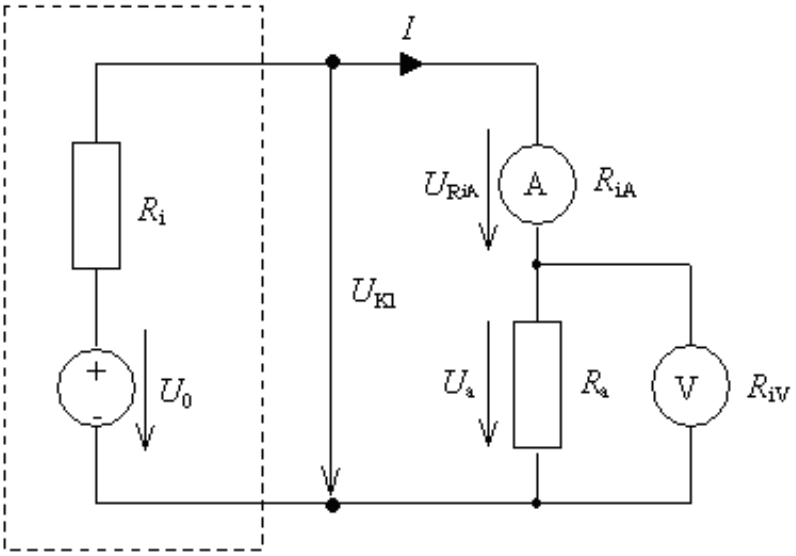


Abbildung 10: Schaltplanskizze des Versuchsaufbaus E6 [Ver10b]

3.2.2 Durchführung

Zu Beginn wird die Basisschaltung anhand des Schaltplans 10 aufgebaut.

Teil (A)

Als erstes wird die Blockbatterie als Spannungsquelle angeschlossen. Nacheinander werden Strom und Spannung, wie im Schaltplan in Abb. 10 dargestellt, der Widerstände R_1 und R_2 gemessen.

Teil (B)

In diesem Teil wird anstelle der Batterie ein Labornetzteil angeschlossen. Das Verhalten dieses Netzteils unter verschiedenen Lastsituationen wird untersucht. Als Lastwiderstand kommt ein großer einstellbarer Widerstand zum Einsatz. Beginnend bei $R_a = 0\,\Omega$ wird der Kurzschlussstrom gemessen. Ausgehend hiervon wird in Abständen von etwa 50 mA ein Messpaar mit (I, U_a) aufgenommen. Dieses Vorgehen wird wiederholt, bis der Widerstand so groß ist, das kein Strom I mehr gemessen werden kann.

4 Ergebnisse

4.1 E1

4.1.1 Auswertung der Messdaten

Die Messdaten sind als Tabelle im Anhang zu finden. Aus den von Hand erhobenen Daten wurde zunächst der Wert I_{R_X}, für den am unbekannten Widerstand abfließenden Strom berechnet:

$$I_{R_X} = I - I_{R_{iV}} \tag{11}$$

Der am Innenwiderstand des Amperemeters abfließende Strom wird berechnet mit:

$$I_{R_{iV}} = \frac{U}{R_{iV}} \tag{12}$$

Diese Berechnung korrigiert den gemessenen Stromwert um den Wert, der durch das Spannungsmessgerät in der Stromfehlerschaltung fließt.

Der Widerstand R_X wurde berechnet durch:

$$R_X = \frac{U}{I_{R_X}} \tag{13}$$

In Abb. 11 ist die Strom-Spannungs-Kennlinie grafisch Dargestellt. Für den Ohmschen Widerstand erkennt man hier deutlich einen linearen Zusammenhang zwischen Strom und Spannung. Die temperaturabhängigen Widerstände zeigen dagegen keinen linearen Zusammenhang, wobei das Strom-Spannungsverhältnis nur in seiner Tendenz zu erkennen ist. Generell sei noch anzumerken, dass die Erhöhung der Spannung mit einer Steigerung der Leuchtkraft der Glühlampen einher geht.

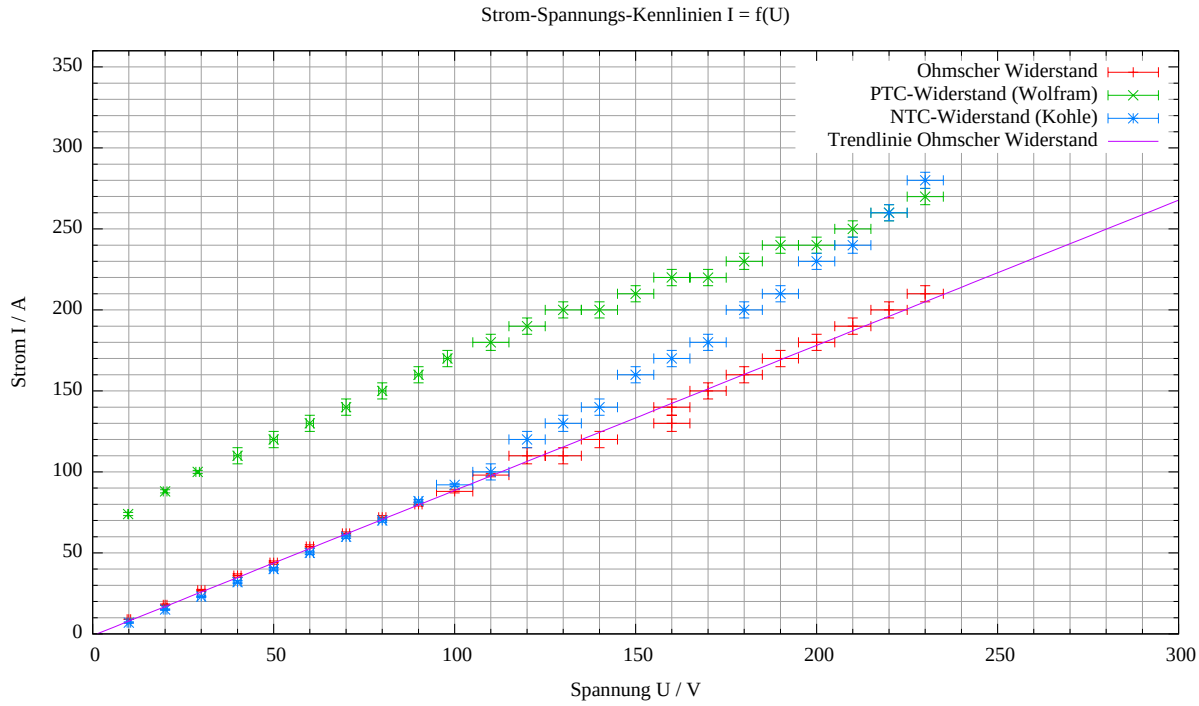


Abbildung 11: Plot der Strom-Spannungs-Kennlinie I=f(U)

In den Theoretischen Grundlange in Abschnitt 2.1 wurde das Bändermodell beschrieben. Die Leitungsfähigkeit von Halbleitern verändert sich danach mit höherer Temperatur positiv. Durch höhere Temperaturen steigt die Energie der Elektronen im Halbleiter und Elektronen können in den höheren Energiezustand des Leitungsbands wechseln. Unsere Messungen an der Kohlenfadenlampe zeigen, dass der Widerstand mit höherer Temperatur steigt. Die Kennlinie zeigt daher keinen linearen Verlauf, sondern einen exponentiellen.

Die Leitungsfähigkeit von metallischen Leitern sinkt bei zunehmender Temperatur, da, durch zunehmender Schwingungen der Moleküle im Metallgitter verursacht, Stöße zwischen freien Elektronen und Atomkernen zunehmen. Der Widerstand erhöht sich dadurch mit zunehmender Temperatur. Dieser Effekt lässt sich bei den Messungen zur Wolframlampe beobachten. Die aufgenommene Kennlinie zeigt kein lineares Verhalten wie beim idealen Ohm'schen Widerstand.

Bessere Erkenntnisse liefert die Strom-Widerstandskennlinie in Abbildung 12. Der Ohmsche Widerstand zeigt bis auf einige Messungenauigkeiten, einen zur x-Achse Parallelen Verlauf. Der PTC-Widerstand Wolfram zeigt einen deutlichen Anstieg des Widerstands bei steigender Stromstärke. Umgekehrt zeigen die Messwerte zur Kohlenfadenlampe ein NTC-Verhalten. Der Widerstand sinkt im Verlauf der Kurve um etwa 500 Ω

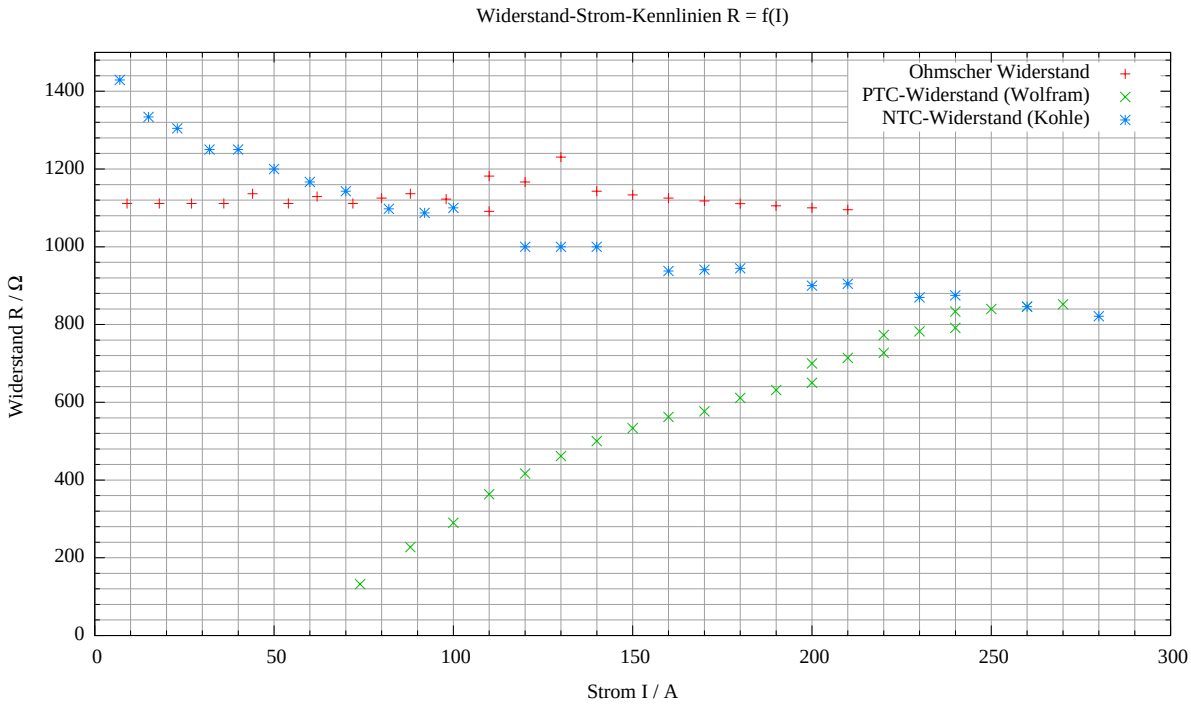


Abbildung 12: Plot der Widerstand-Strom-Kennlinie R=f(I)

4.1.2 Diskussion der Ergebnisse

Die Ergebnisse zeigen in allen drei Fällen das Verhalten, das man von PTC, NTC und Ohmschen Widerständen erwartet. Für den Ohmschen Widerstand ergibt sich ein Mittelwert von $R_{\text{Ohm}} = (1126 \pm 31)\,\Omega$. Der Fehlerwert ist hierbei die Standardabweichung über die Messwerte. Der verwendete Ohmsche Widerstand war beschriftet mit 1000 Ω. Die charakteristische Funktion des temperaturabhängigen Widerstands ist bei PTCs üblicherweise linear und bei NTCs exponentiell. Der Verlauf des Widerstands der Wolframlampe lässt einen linearen Anstieg erkennen, wohingegen das Verhalten der Kohlefadenlampe nur schwer als exponentiell zu erkennen ist. Dies begründet sich im geringen Temperaturumfang, in dem die Messungen durchgeführt wurde. Die Glühlampen erhitzten sich durch die jeweils höhere Spannung und dem dadurch größeren Strom.

4.1.3 Fehlerbetrachtung

Die Messungen in diesem Versuch sind fehlerbehaftet durch die Ableseungenauigkeit der Messgeräte, sowie deren Innenwiderstand. Die Ableseungenauigkeit wurde als Fehlerbalken in Abb.11 eingearbeitet und zeigt deutlich, die Erhöhung der Fehlerwerte bei größere Werten. Der Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts wurde in der Auswertung der Stromstärken mit einbezogen. Bei der Versuchsschaltung, wie sie in Abb.8 dargestellt ist, handelt es sich um eine Stromfehlerschaltung. Hierbei ist es möglich den Strom, der über das Spannungsmessgerät fließt zu berechnen und zur Verbesserung der Strommessergebnisse zu verwenden. Dieses Vorgehen ist auch in Abschnitt 2.3.1 beschrieben.

4.2 E6

4.2.1 Auswertung der Messdaten

Versuchsteil (A)

Für jede Strom-Spannungs-Messung eines Widerstandes in der aufgebauten Schaltung gilt:

$$U_0 = R_i I + R_{iA} I + U_a \tag{14}$$

Für zwei verschiedene Widerstände gelten die folgenden Gleichungen:

$$U_0 = R_i I_1 + R_{iA,1} I_1 + U_{a,1} \tag{15}$$
$$U_0 = R_i I_2 + R_{iA,2} I_2 + U_{a,2} \tag{16}$$

Durch Umstellen der vorherigen Gleichungen nach U_0 und R_i ergeben sich folgende Gleichungen:

$$U_0 = \frac{U_{a,2} I_1 - U_{a,1} I_2 - I_1 I_2 R_{iA,1} + I_1 I_2 R_{iA,2}}{I_2 - I_1} \tag{17}$$

$$R_i = \frac{U_{a,1} - U_{a,2} + I_1 R_{iA,1} - I_2 R_{iA,2}}{I_2 - I_1} \tag{18}$$

Durch einsetzen der Messwerte ergeben sich die Werte:

$$U_0 = (8,23 \pm 0,12)\,\mathrm{V}$$
$$R_i = (4,75 \pm 0,01)\,\Omega$$

Der angegebene Fehler ist der Maximalfehler und wurde aus den einzelnen Ablesefehlern berechnet:

$$\begin{aligned}\Delta U_0 &= \left(\left|\frac{\partial U_0}{\partial U_{a1}}\right| \Delta U_{a1} + \left|\frac{\partial U_0}{\partial U_{a2}}\right| \Delta U_{a2} + \left|\frac{\partial U_0}{\partial I_1}\right| \Delta I_1 + \left|\frac{\partial U_0}{\partial I_2}\right| \Delta I_2\right) \\ &= 0,121\,\mathrm{V}\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}\Delta R_i &= \left(\left|\frac{\partial R_i}{\partial U_{a1}}\right| \Delta U_{a1} + \left|\frac{\partial R_i}{\partial U_{a2}}\right| \Delta U_{a2} + \left|\frac{\partial R_i}{\partial I_1}\right| \Delta I_1 + \left|\frac{\partial R_i}{\partial I_2}\right| \Delta I_2\right) \\ &= 0,0034\,\Omega\end{aligned} \tag{20}$$

Ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände der Messgeräte folgt für $R_{iA,*} = 0\,\Omega$:

$$U_0 = \frac{U_{a,2}I_1 - U_{a,1}I_2}{I_2 - I_1} \tag{21}$$

$$R_i = \frac{U_{a,1} - U_{a,2}}{I_2 - I_1} \tag{22}$$

Durch einsetzen der Messergebnisse ergeben sich folgende Werte:

$$U_0 = (8,29 \pm 0,12)\,\mathrm{V}$$
$$R_i = (15,53 \pm 0,01)\,\Omega$$

Die Fehlerwerte wurden analog zu Formel (19) und (20) berechnet.

Versuchsteil (B)

Zu Beginn wurde die Urspannung U_0 und der Kurzschlussstrom I_k gemessen. Diese lauten:

$$U_0 = 9,13\,\mathrm{V}$$
$$I_k = 385\,\mathrm{mA}$$

Die weiteren gemessenen und berechneten Werte sind in Tabelle 1 zu finden. Aus diesen Messwerten wurden zwei Diagramme erstellt, die anschließend diskutiert werden.

Der Widerstand $R_a = U_a/I$ wurde direkt aus dem gemessenen Wertepaar berechnet und aus diesem Grund zu den Messungen gezählt. Der Innenwiderstand R_i wurde berechnet durch:

$$R_i = \frac{U_0}{I} - R_a \tag{23}$$

Die Leistung P_a am Lastwiderstand wurde ermittelt durch:

$$P_a = U_a I \tag{24}$$

Für den Wirkungsgrad η wurde folgende Formel verwendet:

$$\eta = \frac{P_a}{P} = \frac{R_a}{R_a + R_i} \tag{25}$$

Messungen			**Berechnungen**					
I/mA	U_a/V	R_a/Ω	I/I_k	U_a/U_0	R_i/Ω	R_a/R_i	P_a/W	η
250	3,25	13,00	0,64	0,36	23,52	0,55	0,81	0,36
230	3,90	16,96	0,59	0,43	22,74	0,75	0,90	0,43
220	4,30	19,55	0,57	0,47	21,95	0,89	0,95	0,47
200	4,70	23,50	0,52	0,51	22,15	1,06	0,94	0,51
190	4,95	26,05	0,49	0,54	22,00	1,18	0,94	0,54
180	5,00	27,78	0,46	0,55	22,94	1,21	0,90	0,55
150	5,70	38,00	0,39	0,62	22,87	1,66	0,86	0,62
100	7,00	70,00	0,26	0,77	21,30	3,29	0,70	0,77
50	8,60	172,00	0,13	0,94	10,60	16,23	0,43	0,94

Tabelle 1: Messwerte für Versuchsteil (B)

In Abbildung 13 sind die normierten Werte I/I_k und U_a/U_0 in Abhängigkeit von R_a/R_i aufgetragen. Die Verhältnisse treffe sich bei einem Wert von $R_a = R_i$. Hier sind die Innen- und Außenwiderstände gleich. Ist das Verhältnis $R_a/R_i < 1$ gilt damit $R_a < R_i$ und es liegt ein Kurzschluss vor. Die Spannung geht gegen Null und der Strom gegen den Kurzschlussstrom. Im Fall von $R_a/R_i > 1$ gilt $R_a > R_i$ und es tritt der praktische Leerlauffall ein. Der Strom konvergiert gegen Null und die Spannung gegen U_0.

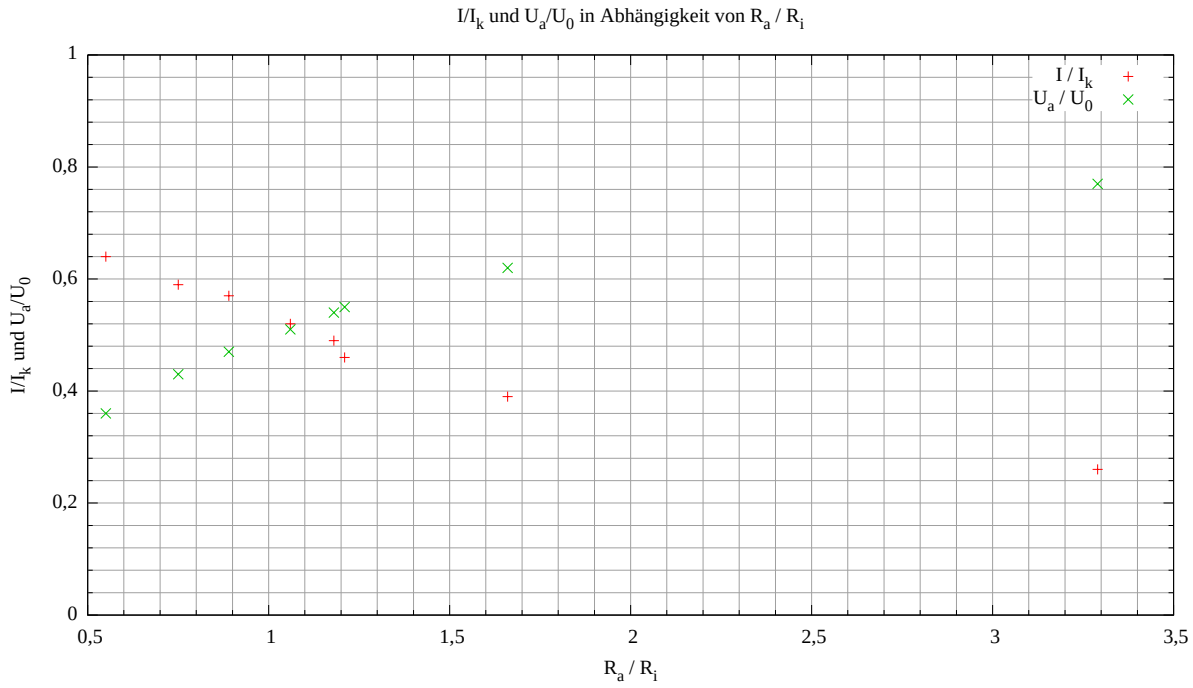


Abbildung 13: Diagramm von I/I_k und U_a/U_0 aufgetragen gegen R_a/R_i

Die Abbildung 14 veranschaulicht die Leistungs- und Wirkungsgradkennlinie der Spannungsquelle. Die Leistung ist am größten, wenn $R_a = R_i$ gilt. In den Fällen $R_a < R_i$ und $R_a > R_i$ fällt die Leistung jeweils ab. Der Wirkungsgrad ist am höchsten im Leerlauffall $R_a > R_i$. Im Anpassungsfall $R_a = R_i$ liegt der Wirkungsgrad bei etwa $\eta \approx 0.5$. Ein hoher Wirkungsgrad ist wünschenswert um die Verlustleistung gering zu halten.

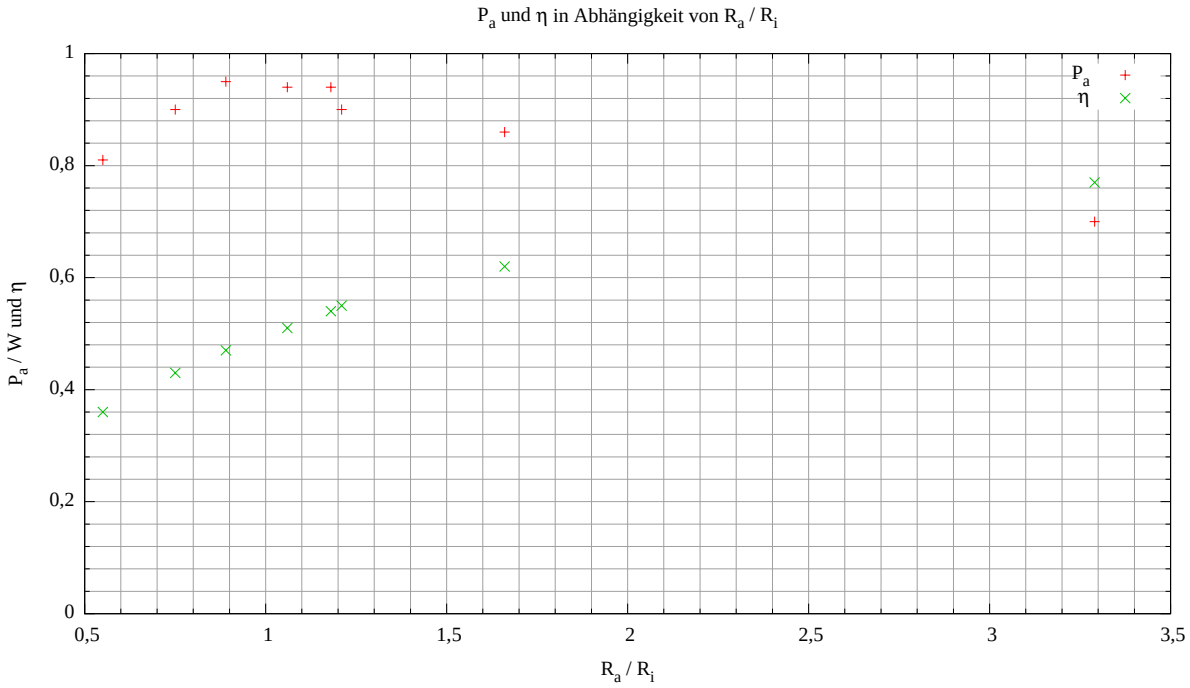


Abbildung 14: Diagramm von P_a und η aufgetragen gegen R_a/R_i

4.2.2 Diskussion der Ergebnisse

In Versuchsteil (A) sind die Werte für Urspannung und Innenwiderstand berechnet mit und ohne Einbeziehung der Innenwiderstände der Messgeräte. Im Vergleich sieht man eine deutliche Abweichung für den Innenwiderstand, an der man sieht, dass eine nicht unerhebliche Spannung am Messgerät abfällt. Der Unterschied bei den Urspannungen ist hingegen minimal, da die gemessenen Ströme hoher ins Gewicht fallen.

Die gemessenen Werte in Versuchsteil (B) stimmen gut mit den theoretisch erwarteten überein. Das Verhalten der Spannungsquelle in den drei Fällen Leerlauf, Kurzschluss und Anpassung werden durch die gemessenen Werte in ihrer Tendenz beschrieben. Die gemessene Leistung P_a zeigt für $I \to 0$ und $U \to 0$ jeweils Konvergenzverhalten gegen 0. Zusammenfassend stützen die Messdaten die Theorie. Es sind zu den theoretischen Erwartungen stets Tendenzen ablesbar. Eine größere Anzahl an Messpunkten würde diese Tendenzen jedoch noch besser sichtbar machen.

4.2.3 Fehlerbetrachtung

Wie schon im ersten Versuchsteil sind die Messergebnisse fehlerbehaftet durch die Ablesegenauigkeit der Messgeräte.
In Versuchsteil (A) wurden die Fehler explizit berechnet. Diese Berechnungen stützen sich auch die Ablesefehler bezogen auf die Skalen der Messgeräte. Der Parallaxenfehler durch Ablesen des Messgeräts wurde nicht mit einbezogen und würde sich in einem höheren Maximalfehler niederschlagen.

5 Fazit

Der erste Versuch E1, in dem Strom-Spannungs Kennlinien von Widerständen aufgenommen wurden veranschaulicht die theoretischen Grundlangen von Leitern verschiedenen Typs. Nachteilig hierbei war die mühsame Erhebung der Messdaten per Hand und die nicht optimal ablesbaren Analogmessgeräte.
Der zweite Versuch E6 zur Urspannung und zum Innenwiderstand von Spannungsquellen veranschaulicht die Theorie nur in der Tendenz. Die aus den Messdaten erzeugten Graphen haben einen relativ ungenauen Detailgrad durch die geringe Anzahl an Messpunkten.

Verglichen mit Experimenten mit Computergestützter Messung fällt der geringe Detailgrad auf. Die Analogmessgeräte sind zudem schlecht ablesbar. Die Kombination von E1 und E6 ist im Bezug auf die Erkenntnisse aus den Messdaten auch fraglich. Im ersten Teil werden Temperaturabhängige Widerstände betrachtet und im zweiten Teil die Eigenschaften einer Spannungsquelle. Bezüge zwischen den beiden Versuchen lassen sich deswegen nicht setzen.

6 Literatur

[Bei10] Beispielbericht (Juni 2010)
http://physik.uni-paderborn.de/fileadmin/physik/studieninfos/praktika/dokumente/beispielbericht.pdf

[Cep06] Cepheiden, Bändermodell mit potentialtöpfen am beispiel magnesium (Februar 2006)
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bändermodell-Potentialtöpfe-Mg.svg

[Gro10] C. Groewe, Bändermodell einzelatom (Juli 2010)
http://www.groewe.de/elektronik/images/energiesch.jpg

[Jag10] M. Jagla, Bändermodell (Juni 2010)
http://nrw-24.de/Metall/pics/baendermodell.jpg

[Mes06] D. Meschede, *Gerthsen Physik*, Springer-Lehrbuch, Springer, Berlin, Heidelberg (2006)

[Rai06] W. Raith, *Elektromagnetismus*, de Gruyter, Berlin (2006)

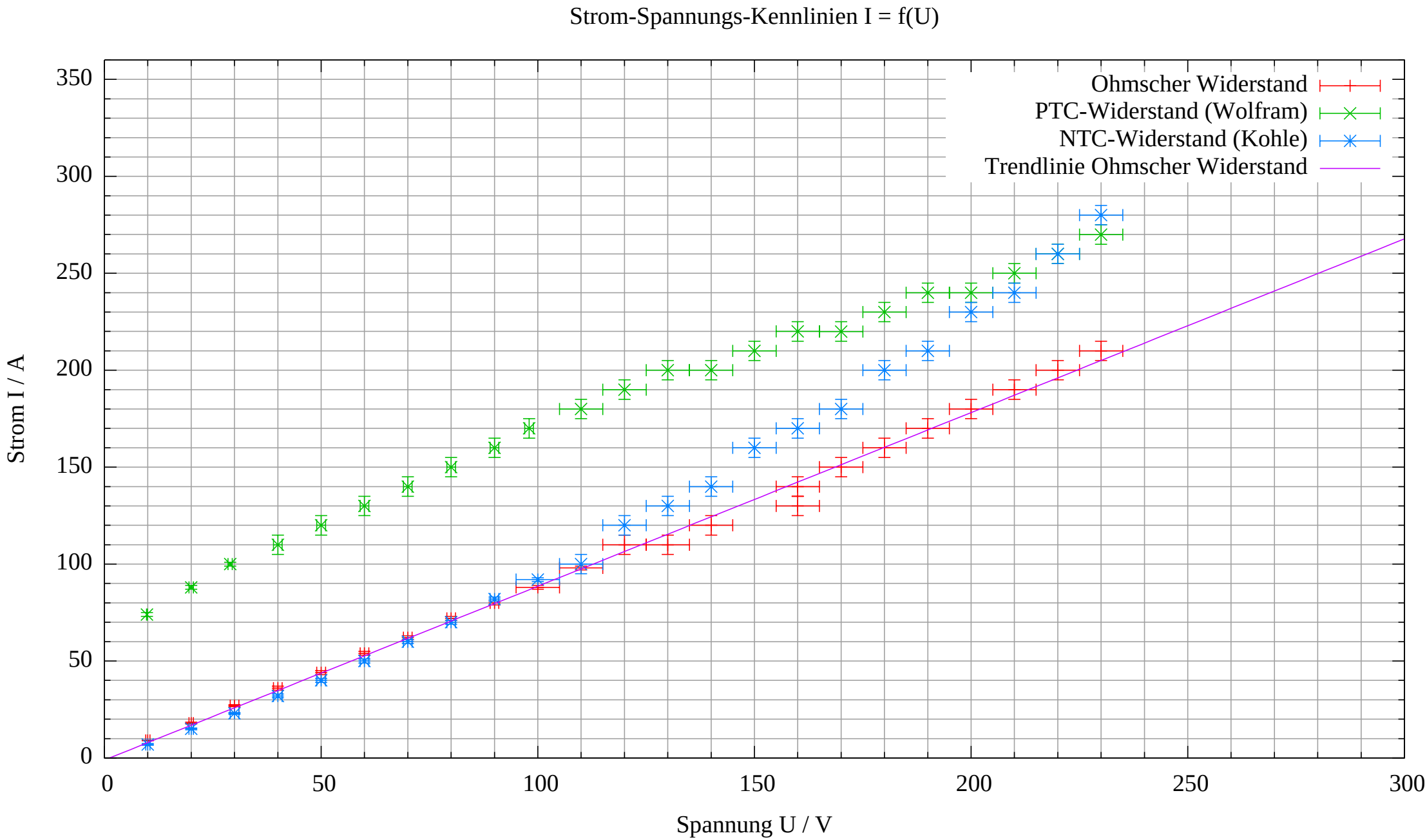
[TG98] C. Thomsen, H.-E. Gumlich, *Ein Jahr für die Physik: Newton, Feynman und andere*, Wissenschaft und Technik Verlag, Berlin (1998)

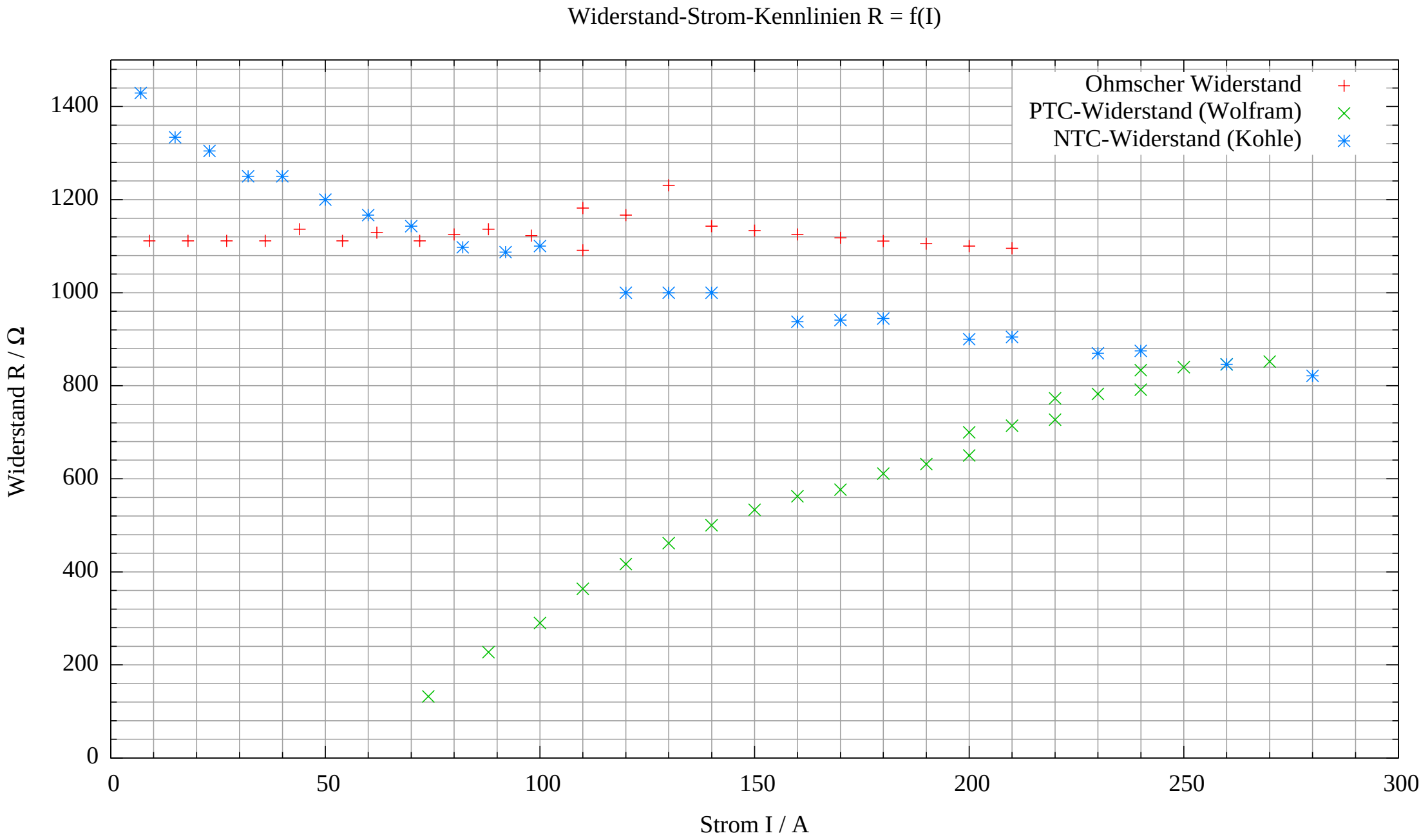
[Uni10] Unister, Kirchhoffsches gesetz (knotenpunktregel) (Juli 2010)
http://classic.unister.de/Unister/uploads/wissen/30000/30348_bild1_kirchhof.gif

[Ver10a] Versuchsbeschreibung, E1: Strom - spannungs- kennlinien von widerständen (Juni 2010)
http://groups.uni-paderborn.de/physik/studieninfos/praktika/versuch.php?versuch=e01

[Ver10b] Versuchsbeschreibung, E6: Urspannung, innerer widerstand und wirkungsgrad von spannungsquellen (Juni 2010)
http://groups.uni-paderborn.de/physik/studieninfos/praktika/versuch.php?versuch=e06

A Plots und Tabellen

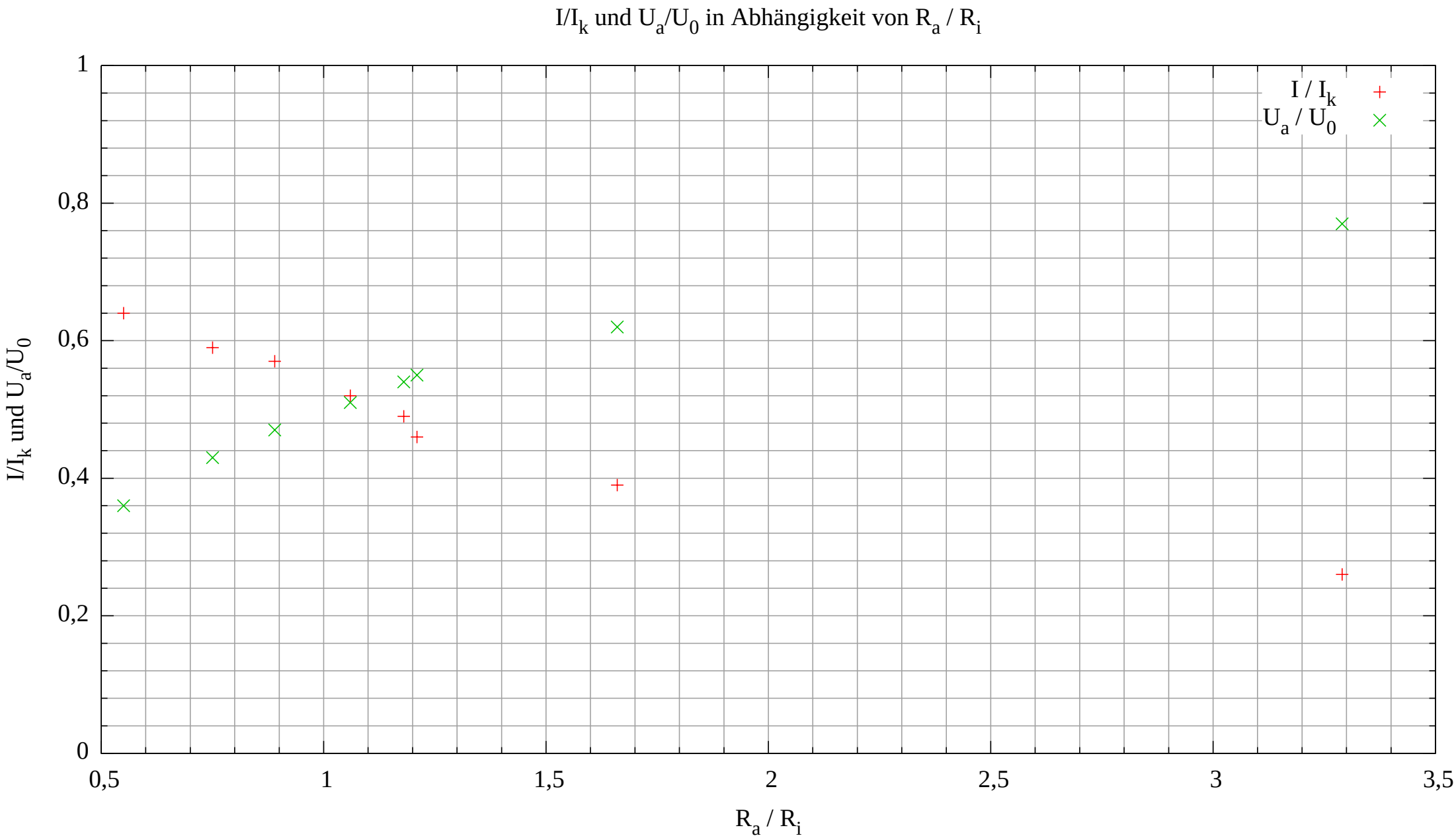

Strom-Spannungs-Kennlinien I = f(U)
Ohmscher Widerstand
PTC-Widerstand (Wolfram)
NTC-Widerstand (Kohle)
Trendlinie Ohmscher Widerstand
Strom I / A
Spannung U / V
0
50
100
150
200
250
300
350

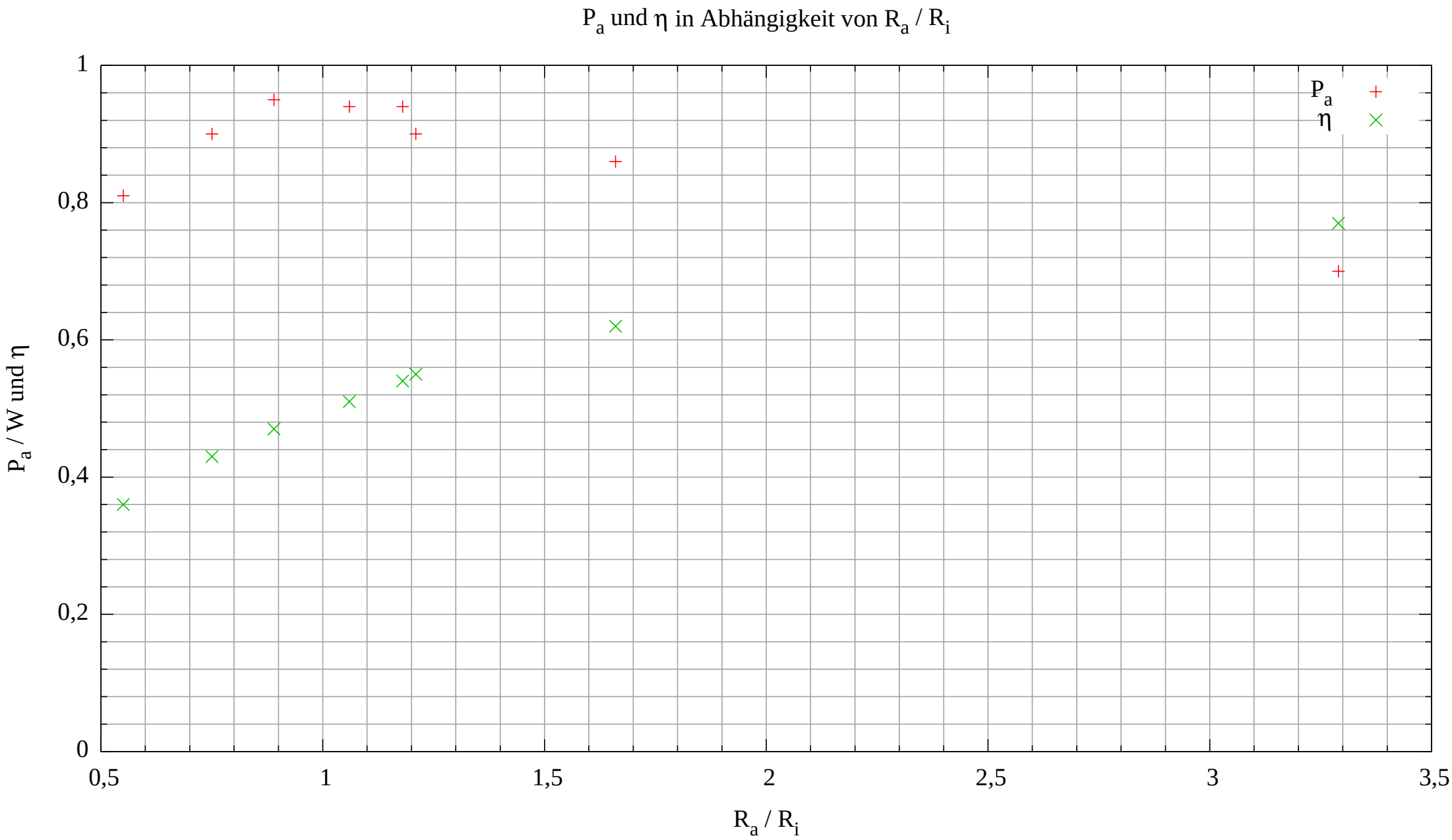

Widerstand-Strom-Kennlinien R = f(I)
Ohmscher Widerstand
PTC-Widerstand (Wolfram)
NTC-Widerstand (Kohle)
Widerstand R / Ω
Strom I / A
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
0
50
100
150
200
250
300

Wolfram	PTC							
						Widerstand	*Ablesefehler*	
U/V	Messbereich	I/mA	Messbereich	Ispann/mA	IRX/mA	R/Ohm	Fehler U/V	Fehler IRX/mA
9,8	10	74	100	0,00980000	73,990	132,4499731	0,1	1
20	30	88	100	0,00666667	87,993	227,2899462	0,5	1
29	30	100	100	0,00966667	99,990	290,028036	0,5	1
40	100	110	300	0,00400000	109,996	363,6495873	1	5
50	100	120	300	0,00500000	119,995	416,6840285	1	5
60	100	130	300	0,00600000	129,994	461,5597643	1	5
70	100	140	300	0,00700000	139,993	500,0250013	1	5
80	100	150	300	0,00800000	149,992	533,3617793	1	5
90	100	160	300	0,00900000	159,991	562,5316424	1	5
98	100	170	300	0,00980000	169,990	576,503822	1	5
110	300	180	300	0,00366667	179,996	611,123560	5	5
120	300	190	300	0,00400000	189,996	631,592244	5	5
130	300	200	300	0,00433333	199,996	650,0140836	5	5
140	300	200	300	0,00466667	199,995	700,0163337	5	5
150	300	210	300	0,00500000	209,995	714,3027215	5	5
160	300	220	300	0,00533333	219,995	727,2903586	5	5
170	300	220	300	0,00566667	219,994	772,7471768	5	5
180	300	230	300	0,00600000	229,994	782,6291121	5	5
190	300	240	300	0,00633333	239,994	791,6875584	5	5
200	300	240	300	0,00666667	239,993	833,3564821	5	5
210	300	250	300	0,00700000	249,993	840,0235207	5	5
220	300	260	300	0,00733333	259,993	846,1777127	5	5
230	300	270	300	0,00766667	269,992	851,8760409	5	5
Kohlenfaden	NTC							
10	30	7	30	0,00333333	6,997	1429,252025	0,5	0,5
20	30	15	30	0,00666667	14,993	1333,926189	0,5	0,5
30	100	23	30	0,00300000	22,997	1304,517981	1	0,5
40	100	32	100	0,00400000	31,996	1250,15627	1	1
50	100	40	100	0,00500000	39,995	1250,15627	1	1
60	100	50	100	0,00600000	49,994	1200,144017	1	1

70	100	60	100	0,00700000	59,993	1166,802794	1	1
80	100	70	100	0,00800000	69,992	1142,98777	1	1
90	100	82	100	0,00900000	81,991	1097,681453	1	1
100	300	92	100	0,00333333	91,997	1086,995906	5	1
110	300	100	300	0,00366667	99,996	1100,040335	5	5
120	300	120	300	0,00400000	119,996	1000,033334	5	5
130	300	130	300	0,00433333	129,996	1000,033334	5	5
140	300	140	300	0,00466667	139,995	1000,033334	5	5
150	300	160	300	0,00500000	159,995	937,5292978	5	5
160	300	170	300	0,00533333	169,995	941,2059986	5	5
170	300	180	300	0,00566667	179,994	944,4741779	5	5
180	300	200	300	0,00600000	199,994	900,0270008	5	5
190	300	210	300	0,00633333	209,994	904,7891921	5	5
200	300	230	300	0,00666667	229,993	869,5904229	5	5
210	300	240	300	0,00700000	239,993	875,0255216	5	5
220	300	260	300	0,00733333	259,993	846,1777127	5	5
230	300	280	300	0,00766667	279,992	821,4510635	5	5
Ohmsch								
10	30	9	10	0,00333333	8,997	1111,522786	0,5	0,1
20	30	18	30	0,00666667	17,993	1111,522786	0,5	0,5
30	100	27	30	0,00300000	26,997	1111,234582	1	0,5
40	100	36	100	0,00400000	35,996	1111,234582	1	1
50	100	44	100	0,00500000	43,995	1136,492783	1	1
60	100	54	100	0,00600000	53,994	1111,234582	1	1
70	100	62	100	0,00700000	61,993	1129,159744	1	1
80	100	72	100	0,00800000	71,992	1111,234582	1	1
90	100	80	100	0,00900000	79,991	1125,126577	1	1
100	300	88	100	0,00333333	87,997	1136,406682	5	1
110	300	98	100	0,00366667	97,996	1122,490978	5	1
120	300	110	300	0,00400000	109,996	1090,948762	5	5
130	300	110	300	0,00433333	109,996	1181,86474	5	5
140	300	120	300	0,00466667	119,995	1166,712039	5	5
160	300	130	300	0,00533333	129,995	1230,819726	5	5

160	300	140	300	0,00533333	139,995	1142,900682	5	5
170	300	150	300	0,00566667	149,994	1133,37615	5	5
180	300	160	300	0,00600000	159,994	1125,042189	5	5
190	300	170	300	0,00633333	169,994	1117,688698	5	5
200	300	180	300	0,00666667	179,993	1111,152265	5	5
210	300	190	300	0,00700000	189,993	1105,30388	5	5
220	300	200	300	0,00733333	199,993	1100,040335	5	5
230	300	210	300	0,00766667	209,992	1095,278082	5	5
					MITTELWERT	1126,903835		
					STABW	31,03120329		


I/I_k und U_a/U_0 in Abhängigkeit von R_a / R_i
I / I_k
U_a / U_0
I/I_k und U_a/U_0
R_a / R_i
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5


P_a und η in Abhängigkeit von R_a / R_i
P_a
η
P_a / W und η
R_a / R_i
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5